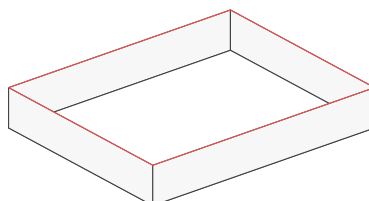
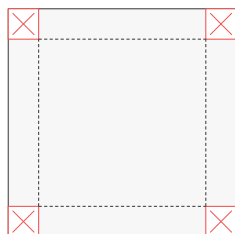


ÔN THI TOÁN THPT 2027

# Ứng dụng đạo hàm trong thực tiễn

Sửa lỗi

Danh mục nút thắt nhận thức và các nhiệm vụ sửa lỗi.



Mở trang Ứng dụng đạo hàm trong thực tiễn

R1-G05

Phiên bản nội dung 0.1 · Ngày tạo PDF: 21/10/2026

© 2026 ZO Math. Bản quyền nội dung thuộc ZO Math.

# Mục lục

|                                              |          |
|----------------------------------------------|----------|
| <b>Bắt đầu</b>                               | <b>2</b> |
| Tiên quyết và cách chọn điểm vào . . . . .   | 2        |
| Khi nào hoàn tất lượt chính? . . . . .       | 3        |
| <b>Sửa lỗi</b>                               | <b>3</b> |
| Nút thắt nhận thức và cách tháo gỡ . . . . . | 3        |
| Sau Luyện tập . . . . .                      | 5        |
| Sau Kiểm tra . . . . .                       | 5        |
| Sau Ôn lại . . . . .                         | 7        |
| <b>Nguồn và phạm vi đối chiếu</b>            | <b>8</b> |

## Bắt đầu

Một phép tính đạo hàm đúng chưa chắc trả lời đúng câu hỏi thực tế. Em còn cần biết mình đang tính đại lượng nào, những giá trị nào được phép chọn và vì sao phương án cuối cùng tốt hơn các phương án còn lại.

Gói này giúp em đi từ lời văn và hình minh họa đến mô hình một biến, giải bài toán rồi kiểm tra kết luận trong bối cảnh. Các số liệu dưới đây là **tình huống giả định phục vụ học toán**, không phải dữ liệu khảo sát thực tế. Hình phối cảnh giúp hình dung; dữ kiện chính xác nằm trong đề và nhãn kích thước, không suy số đo bằng mắt.

**Học xong, em cần làm được gì?**

| Mục tiêu               | Việc em cần làm được                                                                                                                 |
|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Xác định đại lượng     | Nói rõ biến, đơn vị, đại lượng cần tìm; phân biệt doanh thu, tổng chi phí, chi phí trung bình và lợi nhuận.                          |
| Hiểu ý nghĩa đạo hàm   | Phân biệt tốc độ thay đổi trung bình và tức thời; diễn giải vận tốc, gia tốc, đơn vị; phân biệt chi phí biên với mức tăng chính xác. |
| Lập mô hình một biến   | Từ dữ kiện, lập quan hệ, chọn biến, viết hàm mục tiêu và xác định các giá trị được phép của biến.                                    |
| Chứng minh tối ưu      | Dùng biến thiên hoặc so sánh đủ ứng viên phù hợp; kiểm biên và sự đạt được.                                                          |
| Chọn phương án rời rạc | Xử lý điều kiện nguyên hoặc bước lựa chọn cho phép; so giá trị thực, không làm tròn máy móc.                                         |
| Kiểm tra kết luận      | Trả lời đúng đại lượng, đơn vị và phạm vi; nhận ra khi đối giả thiết phải xét lại mô hình.                                           |

## Tiên quyết và cách chọn điểm vào

Em cần biến đổi biểu thức đơn giản, tính đạo hàm và đọc dấu đạo hàm. Công thức hình học cần thiết được nhắc tại chỗ. Phương pháp xét giá trị lớn nhất, nhỏ nhất có trong **gói đã học**.

Có thể vào **Bài học** (mở trên trang học liệu), **Luyện tập** (mở trên trang học liệu), **Kiểm tra** (mở trên trang học liệu) hoặc **Ôn lại** (mở trên trang học liệu) theo nhu cầu. Thứ tự này gợi ý cách tra đọc, không buộc em hoàn thành từng khu vực mới được sang khu vực khác. Nếu đã chuẩn bị hoặc đủ tự tin, em được bắt đầu Kiểm tra; sự tự tin chưa phải bằng chứng đã hiểu.

Giữ bài ban đầu trước khi tra. Ngoài lượt Kiểm tra, em có thể gọi hỗ trợ khi cần rồi trở lại chỗ đang làm. Trong lượt Kiểm tra, làm độc lập đến khi kết thúc; sau đó mới xem lời giải hoặc nhận trợ giúp.

| Khi cần                                    | Mở phần nào?                             | Sau đó làm gì?          |
|--------------------------------------------|------------------------------------------|-------------------------|
| Vướng đạo hàm, dấu hoặc điều kiện của biến | <b>Ôn nền</b> (mở trên trang học liệu)   | Nhiệm vụ vừa dừng       |
| Chưa rõ sai ở đâu                          | Sửa lỗi (trang 3)                        | Điểm dừng đã gọi hỗ trợ |
| Giữ bằng chứng, hẹn kiểm lại               | <b>Nhật kí</b> (mở trên trang học liệu)  | Mục đang học            |
| Đã tự làm và cần đối chiếu                 | <b>Lời giải</b> (mở trên trang học liệu) | Đề tương ứng            |

## Khi nào hoàn tất lượt chính?

Đối chiếu sáu mục tiêu với **bảng bằng chứng sau Kiểm tra (mở trên trang học liệu)**. Mục tiêu có lỗi thiết yếu hoặc thiếu giải thích vẫn ghi chưa xác nhận, dù nhiều đáp số khác đúng. Bài làm có trợ giúp giúp em học; muốn xác nhận tự làm cần một nhiệm vụ phù hợp chưa xem đề hoặc lời giải. Khi đủ bằng chứng cho lượt chính, ghi ngày hoàn tất và hẹn ba lượt Ôn lại. Chỉ ghi khả năng duy trì khi có kết quả thực sau khoảng trễ.

## Sửa lỗi

Giữ bài ban đầu. Chỉ ra bước đầu tiên chưa có căn cứ; giữ phần đúng, giải thích và sửa bước ấy. Sau đó tự làm nhiệm vụ phù hợp **chưa xem đề hoặc lời giải trước đó**. Nếu giáo viên đã dùng câu này trên lớp, nó không còn là câu xác nhận mới của em. Hết câu phù hợp thì ghi “chưa xác nhận” và xin câu khác; không lấy câu Ôn lại của lượt sau để lấp thiếu.

## Nút thắt nhận thức và cách tháo gỡ

Các biểu hiện sau giúp em tự nhận ra chỗ cần làm rõ, không dùng để gán nhãn năng lực hay đánh đố.

| Nút thắt nhận thức  | Biểu hiện dễ nhầm                                  | Câu hỏi và cách tháo gỡ                                                                    | Tự kiểm tra                                                                                                                                                                     |
|---------------------|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Chọn đại lượng      | Lấy doanh thu thay lợi nhuận; tổng thay trung bình | “Đề hỏi gì, đơn vị gì?” Viết tên trước công thức; xem 1.1 (mở trên trang học liệu)         | Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 24.2 (trang 5); Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 27.1 (trang 6); Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 28.1 (trang 7) về lợi nhuận. Không thay các ý cho nhau nếu khác lỗi.        |
| Đơn vị của biến     | Thay số sản phẩm vào biến nghìn sản phẩm           | “Một đơn vị biến là bao nhiêu?” Đổi đơn vị trước khi thế; xem 1.1 (mở trên trang học liệu) | <b>Nhiệm vụ 05 (mở trên trang học liệu)</b> kiểm tra trực tiếp quy mô nghìn sản phẩm. Nếu đã xem đề hoặc lời giải, các bài sửa không đủ thay thế riêng lỗi quy mô: cần câu mới. |
| Trung bình/tức thời | Dùng đạo hàm cho mức tăng chính xác trên khoảng    | “Trên khoảng hay tại thời điểm?” Xem 1.2 (mở trên trang học liệu)                          | Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 24.2 (trang 5); Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 27.1 (trang 6); Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 29.1 (trang 7).                                                             |
| Đại lượng và tốc độ | Lấy độ cao làm vận tốc; lần vận tốc/gia tốc        | “Đang đọc giá trị hay tốc độ thay đổi?” Xem 1.2 (mở trên trang học liệu)                   | <b>Nhiệm vụ 14 (mở trên trang học liệu)</b> nếu chưa gặp; Sau Ôn lại Nhiệm vụ 29.1 (trang 7). Câu chi phí không xác nhận trọn phần chuyển động.                                 |

| Nút thắt nhận thức                                       | Biểu hiện dễ nhầm lẫn                           | Câu hỏi và cách tháo gỡ                                                                          | Tự kiểm tra                                                                                                                                                                               |
|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Chi phí biên                                             | Viết đạo hàm bằng hiệu hữu hạn                  | “Chính xác hay xấp xỉ?” Tính cả hai để đối chiếu; xem 1.3 (mở trên trang học liệu)               | Sau Luyện tập Nhiệm vụ 24.2 (trang 5); Sau Kiểm tra Nhiệm vụ 27.1 (trang 6). Sau Ôn lại nếu đã xem hết đề hoặc lời giải, cần câu mới đúng chi phí.                                        |
| Đại lượng phụ thuộc                                      | Tăng chiều cao nhưng giữ nguyên đáy             | “Điều gì buộc đổi theo?” Dùng ràng buộc; xem 2.1 (mở trên trang học liệu)                        | Sau Luyện tập Nhiệm vụ 24.1 (trang 5); Sau Kiểm tra Nhiệm vụ 26 (trang 5); lỗi riêng cắt hộp cần câu cắt hộp mới nếu <b>Nhiệm vụ 06</b> (mở trên trang học liệu) đã xem đề hoặc lời giải. |
| Tập xác định của biểu thức và các giá trị thực hiện được | Nhận kích thước không dương hoặc vượt công suất | “Tính được nhưng làm được không?” Xem 2.1 (mở trên trang học liệu), 2.2 (mở trên trang học liệu) | Sau Luyện tập Nhiệm vụ 24.1 (trang 5); Sau Kiểm tra Nhiệm vụ 26 (trang 5); Sau Ôn lại Nhiệm vụ 28.1 (trang 7).                                                                            |
| Quan hệ chưa có căn cứ                                   | Tự giả định giá–lượng luôn tuyến tính           | “Dữ kiện nào cho phép viết?” Chỉ dùng quan hệ được cho; xem 2.2 (mở trên trang học liệu)         | Sau Ôn lại Nhiệm vụ 28.1 (trang 7), gồm câu về giới hạn. Sau Luyện tập/Kiểm tra câu mới riêng nếu lỗi này chưa được đo.                                                                   |
| Ứng viên và tối ưu toàn tập đang xét                     | Giải đạo hàm bằng không rồi dừng                | “Đã loại mọi phương án khác chưa?” Xem 3 (mở trên trang học liệu)                                | Sau Luyện tập Nhiệm vụ 24.1 (trang 5); Sau Kiểm tra Nhiệm vụ 26 (trang 5); Sau Ôn lại Nhiệm vụ 28.1 (trang 7).                                                                            |
| Mức tiến tới và mức đạt                                  | Gọi giới hạn là giá trị nhỏ nhất                | “Có điểm được phép nào đạt đúng mức đó?” Xem 3 (mở trên trang học liệu)                          | Sau Luyện tập Nhiệm vụ 25.2 (trang 5); Sau Ôn lại Nhiệm vụ 28.2 (trang 7). Sau Kiểm tra cần câu phù hợp chưa xem đề hoặc lời giải, không dùng trước Nhiệm vụ 28 (trang 7).                |
| Nghiệm liên tục và chọn nguyên                           | Làm tròn thay so giá trị                        | “Đang tối ưu khoảng cách hay hàm mục tiêu?” Xem 4 (mở trên trang học liệu)                       | Sau Luyện tập Nhiệm vụ 25.1 (trang 5); Sau Kiểm tra Nhiệm vụ 27.2 (trang 6); Sau Ôn lại Nhiệm vụ 29.2 (trang 7).                                                                          |
| Đáp số và kết luận                                       | Báo biến phụ, quên đơn vị, ngoại suy            | “Người hỏi cần thực hiện gì?” Thế lại ràng buộc; xem 5 (mở trên trang học liệu)                  | Các bài Nhiệm vụ 24 (trang 5)–29 theo ngữ cảnh; phải đọc phần kết luận, không chỉ đáp số.                                                                                                 |

Chọn bài theo nơi phát hiện dưới đây; mỗi ý chỉ xác nhận phân biệt mà nó thực sự yêu cầu.

## Sau Luyện tập

### Nhiệm vụ 24 – Quan hệ và mức thay đổi

1. Dùng 36 m rào ba cạnh một hình chữ nhật tựa tường. Lập mô hình diện tích, điều kiện của biến và tìm kích thước tốt nhất. Nêu giả thiết của hình.
2. Cho tổng chi phí  $C(x) = \frac{1}{20}x^2 + 2x + 60$  nghìn đồng. Tại 10 sản phẩm, tính tổng chi phí, chi phí trung bình, chi phí biên và mức tăng chính xác khi làm thêm một sản phẩm; phân biệt đơn vị và nghĩa.

Xem lời giải (mở trên trang học liệu)

### Nhiệm vụ 25 – Nguyên và sự đạt được

1. Chi phí trung bình  $F(n) = 5n + \frac{31}{n}$  triệu đồng/lô,  $n \in \{1; 2; \dots; 6\}$ . Tìm tối ưu và kiểm xem làm tròn nghiệm liên tục có cho đúng không.
2. Cho  $A(x) = 7 + \frac{8}{x}$ ,  $x \geq 2$ . Có giá trị nhỏ nhất không? Nếu giới hạn thêm  $x \leq 8$  thì sao?

Xem lời giải (mở trên trang học liệu)

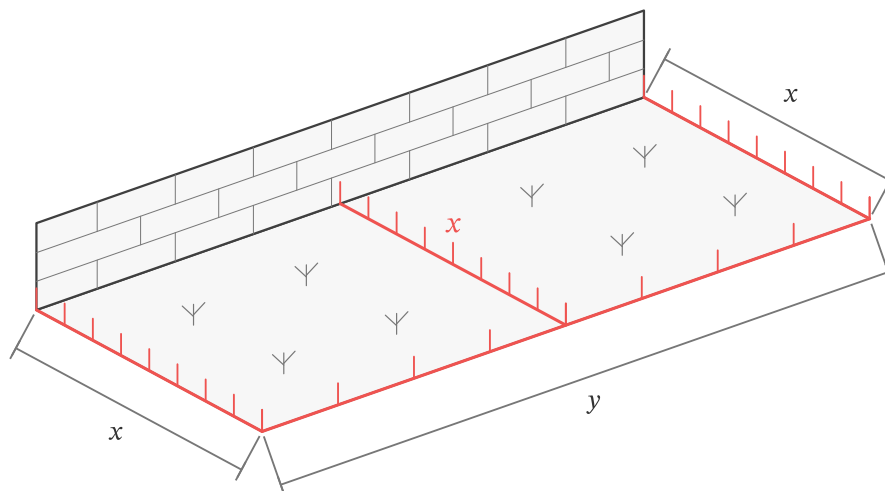
Sau khi tự làm và đối chiếu, quay về **Điểm dừng 02** (mở trên trang học liệu), **03** (mở trên trang học liệu) hoặc **04** (mở trên trang học liệu) đã gọi hỗ trợ. Chỉ ghi xác nhận cho ý đúng và tự lực, không chứng nhận cả chặng.

## Sau Kiểm tra

### Nhiệm vụ 26 – Thêm một vách ngăn

Một khu đất chữ nhật dựa vào tường được chia thành hai ô bằng một hàng rào bên trong vuông góc tường. Tổng hàng rào cho ba cạnh ngoài và một vách ngăn là 60 m; không rào cạnh sát tường. Tìm kích thước ngoài cho tổng diện tích lớn nhất. Vì sao không dùng ngay quan hệ rào ba cạnh của bài không có vách ngăn?

Tường — không rào cạnh này



Hình 05 — Vách ngăn làm thay đổi ràng buộc, dù hình ngoài vẫn là chữ nhật.

Xem lời giải (mở trên trang học liệu)

### Nhiệm vụ 27 – Chi phí biên và lựa chọn nguyên

1. Cho  $C(x) = \frac{1}{4}x^2 + 6x + 40$  nghìn đồng. Tính chi phí biên tại  $x = 8$ , mức tăng chính xác từ 8 lên 9, tổng và trung bình tại 8; diễn giải.
2. Cho  $F(n) = 3n + \frac{19}{n}$  triệu đồng/lô,  $n \in \{1; 2; \dots; 6\}$ . Tìm chi phí trung bình nhỏ nhất; chứng minh đã xét đủ ứng viên.

Xem lời giải (mở trên trang học liệu)

Quay về **Điểm dừng 05** (mở trên trang học liệu), giữ kết quả lượt Kiểm tra gốc riêng kết quả sau sửa. Chưa có câu mới đo đúng lỗi thì ghi chưa xác nhận; không sửa kết quả gốc thành đạt.

## Sau Ôn lại

### Nhiệm vụ 28 – Công suất và giới hạn mô hình

1. Ở giá 30 nghìn đồng/sản phẩm, dự kiến bán 40 sản phẩm/ngày. Mỗi lần giảm 1 nghìn đồng làm tăng 4 sản phẩm/ngày theo mô hình, tối đa 10 lần giảm nguyên. Chi phí mỗi sản phẩm 10 nghìn đồng, chi phí cố định 80 nghìn đồng/ngày; công suất 56 sản phẩm/ngày. Chọn giá, lượng và lợi nhuận tối ưu. Nếu quan hệ giá–lượng thực khác giả thiết thì kết luận nào cần xem lại?
2. Cho  $A(x) = 2 + \frac{10}{x}$ ,  $x \geq 1$ . Sửa kết luận “nhỏ nhất bằng 2” và chỉ ra điều thiếu nếu muốn khuyến nghị một sản lượng cụ thể.

Xem lời giải (mở trên trang học liệu)

### Nhiệm vụ 29 – Tự phân biệt và tự chọn

1. Cho  $s(t) = 2t^2 + t$  mét,  $0 \leq t \leq 3$  giây. Tính vận tốc trung bình trên  $[1; 2]$ , vận tốc và gia tốc tại  $t = 2$ , giải thích sự khác nhau.
2. Chi phí trung bình  $F(n) = n + \frac{13}{n}$  triệu đồng/lô,  $n \in \{1; 2; \dots; 8\}$ . Tìm lựa chọn tối ưu và giải thích.

Xem lời giải (mở trên trang học liệu)

Quay về Điểm dừng 06 (mở trên trang học liệu), 07 (mở trên trang học liệu) hoặc 08 (mở trên trang học liệu) đã gọi. Ghi ngày, khoảng trễ và câu đã gặp. Câu sửa đúng ngay sau xem lại chưa chứng minh sự duy trì sau một khoảng trễ mới.

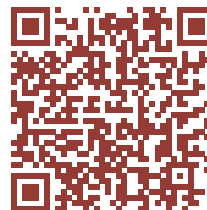
## Nguồn và phạm vi đối chiếu

- **Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018**, Bộ Giáo dục và Đào tạo: tr.95–96 về đạo hàm, vận tốc, gia tốc; tr.106–107 về ứng dụng đạo hàm, giá trị lớn nhất, nhỏ nhất trên tập đang xét và ứng dụng thực tiễn.
- **Toán 12 — Tập Một, Kết nối tri thức với cuộc sống**, bản mẫu tháng 1-2024 đã đăng ký của dự án: Bài 2 tr.15–19; Bài 5 tr.33–41. Định nghĩa và quy trình được đối chiếu ở các chú thích tại chỗ; số liệu, lời văn bài tập ở đây do ZO Math biên soạn, không chép bài nguyên văn.
- Các gói **Đơn điệu và cực trị**, **Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất**, **Đường tiệm cận**, **Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị** là nguồn dẫn lại trong khóa.
- Hình minh họa giúp hình dung tình huống; nhãn hình không thay dữ kiện đề. Hình quay hàng chỉ là bối cảnh. Chưa có bằng chứng quan sát học sinh để khẳng định tần suất các hiểu sai hoặc hiệu quả của cách tháo gỡ.

## HỌC TIẾP CÙNG ZO MATH

# Chọn điều em muốn học tiếp.

Em có thể bắt đầu với một nội dung đang học, muốn ôn lại hoặc còn vướng khi tự giải bài.



Mở học liệu  
của khóa học



## Bảo trợ ZO Math

Nếu học liệu hữu ích với bạn, bạn có thể bảo trợ ZO Math tiếp tục biên soạn và chia sẻ.



Ngân hàng

**Vietcombank**

Số tài khoản

**0601000137768**

Chủ tài khoản

**Nguyễn Tấn Nhật**

Nội dung chuyển khoản

**BAO TRỢ ZO MATH**

[Xem thông tin bảo trợ ZO Math](#)