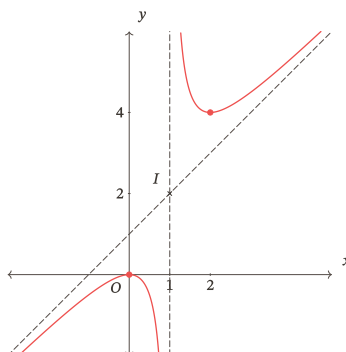


Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số

Sửa lỗi

Danh mục nút thắt nhận thức và các nhiệm vụ sửa lỗi.



Mở trang Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số

R1-G04

Mục lục

Bắt đầu	2
Tiên quyết	2
Cách học và chọn nơi bắt đầu	3
Bản đồ học và hỗ trợ	3
Khi nào hoàn tất lượt chính?	3
Sửa lỗi	4
Chọn đúng ý và nơi quay về	4
Khi câu phù hợp đã gặp trước đó hoặc vẫn chưa đúng	6
Sau Luyện tập	6
Sau Kiểm tra	7
Sau Ôn lại	8
Nguồn	9

Bắt đầu

Một bảng biến thiên đúng chưa bảo đảm hình vẽ đã đúng. Nếu quên một điểm bị loại, đặt sai giao điểm hoặc nối hai nhánh qua tiệm cận đứng, em có thể vẽ một đồ thị trái với chính phép tính của mình. Học liệu này giúp em tổ chức kết quả khảo sát và dùng các biểu diễn để kiểm tra lẫn nhau.

Học xong, em cần làm được gì?

Sau khi học và tự làm, em cần có thể:

Mục tiêu	Việc em cần làm được
Tổ chức bản khảo sát	Lập bản khảo sát có đủ tập xác định, đạo hàm, biến thiên, cực trị, giới hạn và tiệm cận khi có; nhận ra thông tin còn thiếu.
Khảo sát hàm số bậc ba	Vẽ đồ thị hàm số bậc ba; đọc dấu đạo hàm, cực trị và hai đầu đồ thị; phân biệt có cực trị với có điểm đạo hàm bằng 0 nhưng không có cực trị.
Khảo sát phân thức bậc nhất trên bậc nhất	Giữ đúng hai khoảng xác định, tìm tiệm cận và hướng của từng nhánh.
Khảo sát phân thức bậc hai trên bậc nhất	Giữ đúng khoảng xác định và hướng nhánh; nối phép chia, tiệm cận xiên và biến thiên.
Nhận biết đối xứng	Nhận biết tâm đối xứng; với hai họ phân thức đang xét, nhận biết các trục đối xứng theo hai đường phân giác của các tiệm cận.
Kiểm các biểu diễn và diễn giải mô hình	Kiểm sự phù hợp giữa công thức, bảng biến thiên và đồ thị; giải thích kết quả trong điều kiện của biến và đơn vị của mô hình.

Ba họ hàm của phần khảo sát đầy đủ là

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d, \quad a \neq 0;$$

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}, \quad c \neq 0, \quad ad - bc \neq 0;$$

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}, \quad a \neq 0, \quad d \neq 0,$$

với đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu ở họ cuối. Điều kiện của từng mẫu số vẫn phải được xét.

Nguồn đối chiếu: Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán, phần lớp 12, trang 106.

Tiên quyết

Em cần biết tìm tập xác định, tính đạo hàm, xét dấu, xác định cực trị từ dấu đạo hàm, đọc giới hạn và tìm tiệm cận trong trường hợp đơn giản. Các kiến thức đã học trong “Đơn điệu và cực trị”, “Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất”, “Đường tiệm cận” được nối lại ở đây; không cần làm lại toàn bộ những học liệu ấy nếu đã có nền phù hợp.

Khởi động (mở trên trang học liệu) giúp tự kiểm một số thao tác thiết yếu. Thiếu phần nào thì mở đúng thể **Ôn nền** (mở trên trang học liệu), không coi làm đúng Khởi động là đã đạt cả học liệu.

Cách học và chọn nơi bắt đầu

Chuẩn bị giấy để lưu bài tự làm, bảng và hình. Đọc Gợi mở rồi thử trả lời trước phần giải thích. Khi vẽ, ghi dữ kiện đã tính trước, sau đó mới nối dáng điệu đường cong. Sau mỗi mục, tự làm nhiệm vụ cuối mỗi mục.

- Cần học hoặc nhớ lại: mở **Bài học** (mở trên trang học liệu).
- Đã nắm phần học, muốn tự thực hiện: mở **Luyện tập** (mở trên trang học liệu).
- Đã chuẩn bị kĩ hoặc đủ tự tin: có thể vào thẳng **Kiểm tra** (mở trên trang học liệu), kể cả chưa làm những phần trước.
- Đến ngày hẹn: mở đúng lượt **Ôn lại** (mở trên trang học liệu).

Bản đồ học và hỗ trợ

Bài học (mở trên trang học liệu) → **Luyện tập** (mở trên trang học liệu) → **Kiểm tra** (mở trên trang học liệu) → **Ôn lại** (mở trên trang học liệu)

Đây là tiến trình khuyến nghị và thứ tự tra đọc, không phải điều kiện bắt buộc hoàn tất tuần tự. Phần bỏ qua không tự được coi là đã đạt.

Khi cần	Mở phần nào?	Sau đó làm gì?
Quên cách tổ chức bản khảo sát	Sơ đồ khảo sát (mở trên trang học liệu)	Trở lại nhiệm vụ đang làm
Vướng cách xử lí một họ hàm	Bậc ba (mở trên trang học liệu), phân thức bậc nhất (mở trên trang học liệu), phân thức bậc hai (mở trên trang học liệu)	Sửa đúng bước còn vướng
Thiếu thao tác nền	Ôn nền (mở trên trang học liệu)	Tự làm câu nền phù hợp rồi trở về bài gốc
Đã tự làm và muốn đổi chiều	Lời giải (mở trên trang học liệu), Sửa lỗi (trang 4) khi cần	Giữ kết quả gốc, xác nhận riêng phần sau hỗ trợ
Cần lưu quyết định hoặc nơi tiếp tục	Nhật kí (mở trên trang học liệu)	Ghi dữ kiện đã có; không bắt ghi sau từng câu

Em có thể chia Bài học và Luyện tập thành nhiều buổi. Riêng **một lượt Kiểm tra không chia thành nhiều đợt** và phải tự lực hoàn toàn. Nếu cần trợ giúp, kết thúc lượt và giữ bài ban đầu trước; phần làm sau trợ giúp không tính ngược vào kết quả độc lập.

Khi nào hoàn tất lượt chính?

Dùng **bảng đối chiếu sau Kiểm tra** (mở trên trang học liệu) để xem từng mục tiêu. Hoàn tất lượt chính khi có bài làm tự lực phù hợp, những lỗi thiết yếu đã được kiểm lại và các giới hạn còn lại được ghi rõ. Kết quả đúng ở một mục tiêu không thay bằng chứng của mục tiêu còn sai.

Sau khi hoàn tất, ghi ngày gốc và hẹn ôn sau khoảng 2–3 ngày, 7 ngày, 3–4 tuần. Có thể học tiếp nội dung đủ tiên quyết trong khi chờ ôn. Nếu chưa có câu phù hợp chưa gặp trước đó để xác nhận, ghi “chưa đủ bằng chứng”; không tự coi bài đã đọc lời giải là bài mới.

Sửa lỗi

Dùng sau khi đã tự làm và biết điều cần sửa; riêng Kiểm tra phải kết thúc lượt trước. Không cần làm tất cả các câu ở đây. Chọn theo **nơi phát hiện và mục tiêu thực sự sai**, xem lại đúng phần rồi tự làm ý phù hợp chưa gặp trước đó. Giữ bài ban đầu và ghi mức hỗ trợ.

Chọn đúng ý và nơi quay về

Mỗi dòng dưới đây chỉ ra một điều cần phân biệt để hiểu bài vững hơn. Đối chiếu với bài làm của em, thử trả lời câu hỏi rồi xem lại phần học được dẫn khi cần. Chọn đúng bài và đúng ý theo nơi phát hiện; nếu đang học Bài học, có thể dùng nhóm Sau Luyện tập. Chỉ tự kiểm tra bằng bài phù hợp chưa gặp trước đó; trong lượt Kiểm tra phải kết thúc lượt trước khi dùng hỗ trợ.

Nút thất nhận thức	Biểu hiện dễ nhầm	Câu hỏi và cách tháo gỡ	Tự kiểm tra
Công thức và tập xác định	Thêm điểm sau rút gọn hoặc vẽ đường nối qua giá trị làm mẫu bằng 0.	Hàm số có giá trị tại điểm đó không? Giữ điểm bị loại trong bảng và hình; xét riêng các nhánh của tập xác định. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 24, ý a (trang 7). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 26, ý a (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 28, ý a (trang 8). Các ý này kiểm điểm bị loại của phân thức; chưa có bài Sửa lỗi riêng về mất điểm sau rút gọn.
Đạo hàm và dấu của đạo hàm	Sai dấu khi đạo hàm phần phân thức, kéo theo bảng và hình sai.	Phép đạo hàm và dấu trên từng khoảng đã được kiểm riêng chưa? Giữ dấu của phần dư; tính lại đạo hàm trước khi kết luận biến thiên. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 24, ý b và c (trang 7). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 26, ý b và c (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 28, ý b và c (trang 8).
Đạo hàm bằng không và sự đổi chiều	Coi mọi nghiệm của đạo hàm là điểm cực trị.	Dấu hai phía có thay đổi không? Phân biệt nghiệm kép của đạo hàm với hai nghiệm phân biệt; nêu lí do có hoặc không có cực trị. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 23, ý a (trang 6). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 25, ý a (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 27, ý a (trang 8).
Nghiệm của hàm số và nghiệm của đạo hàm	Dùng giao điểm với trục hoành để đếm cực trị hoặc nhầm chạm trục với cắt trục.	Đang giải $f(x) = 0$ hay $f'(x) = 0$? Tìm giao điểm và xét cực trị riêng; đổi chiều dấu, chiều biến thiên tại từng điểm. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 23, ý b (trang 6). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 25, ý b (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 27, ý b (trang 8).
Chiều biến thiên và vị trí đồ thị	Coi cùng đạo hàm hoặc cùng bảng dấu là cùng một đồ thị.	Các điểm đã vẽ có thỏa công thức không? Tính thêm giá trị và giao điểm cần thiết; dùng chiều biến thiên để kiểm nét nối, không để thay tung độ. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 23, ý b (trang 6). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 25, ý b (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 27, ý b (trang 8).

Nút thắt nhận thức	Biểu hiện dễ nhầm	Câu hỏi và cách tháo gỡ	Tự kiểm tra
Đồng biến trên từng nhánh và trên toàn tập	Gộp hai khoảng qua điểm bị loại thành một khoảng đồng biến.	Tập xác định có bị tách tại điểm đó không? Phát biểu chiều biến thiên trên từng khoảng hợp lệ và vẽ riêng hai nhánh. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 24, ý a (trang 7). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 26, ý a (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 28, ý a (trang 8).
Giới hạn, giá trị tại điểm và bảng biến thiên	Ghi giới hạn ở điểm bị loại như giá trị hàm số, hoặc bỏ một hướng tiến.	Ô đang ghi là giá trị hay giới hạn theo phía nào? Tách rõ điểm bị loại, giới hạn một phía và hai đầu vô cực; kiểm mỗi mũi tên theo dấu đạo hàm. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 24, ý b và c (trang 7). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 26, ý b và c (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 28, ý b và c (trang 8).
Phép chia và tiệm cận xiên	Bỏ phần dư hoặc hằng số của thương, rồi nhận sai đường xiên.	Nhân mẫu với thương rồi cộng phần dư có trả lại tử ban đầu không? Kiểm phép chia và giới hạn của hiệu với đường thẳng dự kiến ở từng đầu vô cực. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 24, ý b và c (trang 7). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 26, ý b và c (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 28, ý b và c (trang 8).
Cùng tiệm cận và khác dáng điệu	Từ cùng tiệm cận suy ra cùng vị trí nhánh hoặc cùng số cực trị.	Dấu của phần dư và dấu đạo hàm khác nhau thế nào? So sánh hai trường hợp bằng phép tính; kiểm nhánh nằm trên hay dưới đường xiên và có đổi chiều hay không. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 24, ý b và c (trang 7). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 26, ý b và c (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 28, ý b và c (trang 8).
Cực đại và cực tiểu ở hai lân cận	Cho rằng giá trị cực đại luôn phải lớn hơn mọi giá trị cực tiểu.	Mỗi kết luận cực trị đang so sánh trong lân cận nào? Giữ nghĩa cực bộ; không dùng thứ tự hai giá trị ở hai nhánh để bác kết quả cực trị. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 24, ý b (trang 7). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 26, ý b (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 28, ý b (trang 8).
Tâm đối xứng và một hoành độ	Ghi hoành độ của tâm như thể đó đã là một điểm.	Tung độ của tâm được xác định thế nào? Với hàm bậc ba, lấy đủ tọa độ điểm trên đồ thị; với phân thức, xác định giao điểm hai tiệm cận. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 23, ý b (trang 6). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 25, ý b (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 27, ý b (trang 8). Với tâm của phân thức, chọn ý a, b hoặc c tương ứng trong nhóm phân thức cùng giai đoạn.
Tâm, tiệm cận và trục đối xứng	Lấy chính tiệm cận hoặc một đường ngang qua tâm làm trục đối xứng.	Các trục đối xứng liên hệ thế nào với góc tạo bởi hai tiệm cận? Đối chiếu hai đường phân giác theo phần học; không suy từ vẽ cân đối của hình vẽ. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 24, ý a, b và c (trang 7). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 26, ý a, b và c (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 28, ý a, b và c (trang 8).

Nút thắt nhận thức	Biểu hiện dễ nhầm	Câu hỏi và cách tháo gỡ	Tự kiểm tra
Tập xác định của biểu thức và điều kiện mô hình	Vẽ cả nhánh không ứng với sản lượng được phép hoặc kết luận ngoài phạm vi mô hình.	Biến và đơn vị đang chỉ đại lượng nào, được nhận những giá trị nào? Giữ điều kiện đề bài trong bảng, hình và kết luận; không mở rộng mô hình chỉ vì biểu thức còn tính được. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 24, ý d (trang 7). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 26, ý d (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 28, ý d (trang 8).
Cận ở vô cực và giá trị nhỏ nhất trên đoạn	Lấy tiệm cận ngang làm giá trị nhỏ nhất hoặc giữ kết luận cũ khi đổi tập đang xét.	Mức ấy có được đạt trong tập hiện tại không? Xét sự đạt được và dấu nút; trên đoạn hữu hạn phải so sánh các giá trị thuộc đoạn ấy. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 24, ý d (trang 7). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 26, ý d (trang 7). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 28, ý d (trang 8).

Các ý a, b, c của nhóm phân thức kiểm các trường hợp khác nhau; mỗi ý có bảng và hình để đối chiếu. Đúng một ý không tự xác nhận ý còn lại. Chỉ chọn ý khớp lỗi và chưa gặp trước đó.

Khi câu phù hợp đã gặp trước đó hoặc vẫn chưa đúng

Bài đã gặp trước đây vẫn có thể dùng để ôn cách làm, nhưng không được coi là một bài mới để tự kiểm tra. Nếu đã biết lời giải hoặc đã làm bài với trợ giúp, hãy ghi rõ điều đó; không tính lần làm lại là kết quả tự giải một bài mới. Không làm trước bài Kiểm tra, bài của lượt Ôn lại sau hoặc bài Sửa lỗi dành cho phần học khác chỉ để thay một bài đã gặp. Khi không còn bài phù hợp để kiểm tra thêm, ghi “Chưa có bài mới để xác nhận thêm ở mục tiêu này”, xem lại phần đang vướng và tiếp tục nội dung khác mà em đã đủ kiến thức.

Sau Luyện tập

Nhiệm vụ 23 – Bậc ba

- Khảo sát và phác đồ thị $p(x) = -(x+2)^3 + 5$ theo đủ sơ đồ. Đặc biệt giải thích vì sao điểm có đạo hàm bằng 0 không là cực trị. So sánh thêm với $q(x) = x^3 + 2x$: vì sao q cũng không có cực trị nhưng không có điểm đạo hàm bằng 0? Không cần khảo sát đầy đủ q .
- Khảo sát và phác đồ thị $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$: tập xác định, đạo hàm/dấu, cực trị, giới hạn, bảng biến thiên, giao điểm với các trục tọa độ và tâm.

Xem lời giải (mở trên trang học liệu).

Nhiệm vụ 24 – Phân thức và bài toán thực tế

- a) Khảo sát và vẽ $f(x) = 2 - \frac{4}{x+2}$ theo đủ sơ đồ: tập xác định, đạo hàm, giới hạn, biến thiên, tiệm cận, giao điểm với các trục tọa độ, tâm và các trục đối xứng.
- b) Khảo sát và vẽ $h(x) = x + 3 + \frac{1}{x+1}$ theo đủ sơ đồ; mô tả các trục đối xứng.
- c) Khảo sát và vẽ $v(x) = x + 3 - \frac{1}{x+1}$ theo đủ sơ đồ; mô tả các trục đối xứng.
- d) Mô hình $A(x) = 1 + \frac{20}{x}$ triệu đồng mỗi tấn áp dụng với $x \geq 2$ tấn. Tìm giá trị lớn nhất, giải thích có hay không giá trị nhỏ nhất. Xét lại nếu tập đang xét là $[2; 10]$.

Xem lời giải (mở trên trang học liệu).

Sau đối chiếu: ghi đúng ý đã xác nhận, trở về **Nhiệm vụ 05** (mở trên trang học liệu), **06** (mở trên trang học liệu), **07** (mở trên trang học liệu), **08** (mở trên trang học liệu), **09** (mở trên trang học liệu), hoặc **Điểm dừng 02** (mở trên trang học liệu), **Điểm dừng 03** (mở trên trang học liệu) đã gọi. Không tự chọn một nơi khác để bỏ qua tiêu chí còn thiếu.

Sau Kiểm tra**Nhiệm vụ 25 – Bậc ba**

- a) Khảo sát và phác đồ thị $p(x) = -(x-2)^3 + 3$ theo đủ sơ đồ. Đặc biệt giải thích vì sao điểm có đạo hàm bằng 0 không là cực trị.
- b) Khảo sát và phác đồ thị $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$ theo đủ sơ đồ. Dùng ý b để xác nhận lỗi ở bài khảo sát bậc ba; ý a kiểm riêng trường hợp không có cực trị.

Xem lời giải (mở trên trang học liệu).

Nhiệm vụ 26 – Phân thức và bài toán thực tế

- a) Khảo sát và vẽ $f(x) = 3 + \frac{3}{x-1}$ theo đủ sơ đồ: tập xác định, đạo hàm, giới hạn, biến thiên, tiệm cận, giao điểm với các trục tọa độ, tâm và các trục đối xứng.
- b) Khảo sát và vẽ $h(x) = x + 2 + \frac{4}{x+2}$ theo đủ sơ đồ; mô tả các trục đối xứng.
- c) Khảo sát và vẽ $v(x) = x + 2 - \frac{4}{x+2}$ theo đủ sơ đồ; mô tả các trục đối xứng.
- d) Mô hình $A(x) = 4 + \frac{24}{x}$ triệu đồng mỗi tấn áp dụng với $x \geq 3$ tấn. Xét giá trị lớn nhất, có hay không giá trị nhỏ nhất; rồi xét lại trên $[3; 12]$.

Xem lời giải (mở trên trang học liệu).

Sau đối chiếu: trở về **kết quả Kiểm tra** (mở trên trang học liệu), giữ bài gốc và ghi bằng chứng sửa tách biệt. Chỉ ý phù hợp được xác nhận, không đổi cả kết quả lượt thành “tự lực”.

Sau Ôn lại

Nhiệm vụ 27 – Bậc ba

- a) Khảo sát và phác đồ thị $p(x) = (x - 1)^3 - 2$ theo đủ sơ đồ. Đặc biệt giải thích vì sao điểm có đạo hàm bằng 0 không là cực trị.
- b) Khảo sát và phác đồ thị $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$ theo đủ sơ đồ. Dùng đúng ý chưa gặp trước đó theo trường hợp cần xác nhận sau khoảng trễ.

Xem lời giải (mở trên trang học liệu).

Nhiệm vụ 28 – Phân thức và bài toán thực tế

- a) Khảo sát và vẽ $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ theo đủ sơ đồ: tập xác định, đạo hàm, giới hạn, biến thiên, tiệm cận, giao điểm với các trục tọa độ, tâm và các trục đối xứng.
- b) Khảo sát và vẽ $h(x) = x - 1 + \frac{1}{x-2}$ theo đủ sơ đồ; mô tả các trục đối xứng.
- c) Khảo sát và vẽ $v(x) = x - 1 - \frac{1}{x-2}$ theo đủ sơ đồ; mô tả các trục đối xứng.
- d) Mô hình $A(x) = 2 + \frac{36}{x}$ triệu đồng mỗi tấn áp dụng với $x \geq 3$ tấn. Xét giá trị lớn nhất, có hay không giá trị nhỏ nhất; rồi xét lại trên $[3; 9]$.

Xem lời giải (mở trên trang học liệu).

Sau đối chiếu: trở về Điểm dừng 05 (mở trên trang học liệu), Điểm dừng 06 (mở trên trang học liệu) hoặc Điểm dừng 07 (mở trên trang học liệu) đã gọi. Ghi khoảng trễ thực tế và phần hỗ trợ; nếu tái lỗi, hẹn kiểm riêng lỗi ấy ở buổi sau, không ghi nhớ bên chỉ vì vừa sửa đúng.

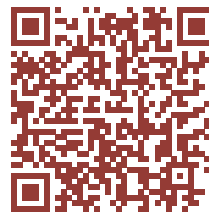
Nguồn

- Bộ Giáo dục và Đào tạo. *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán*, ban hành kèm Thông tư 32/2018/TT-BGDĐT. Phần lớp 12, trang 106–107.
- *Sách giáo khoa Toán 12, tập một*, bộ Kết nối tri thức với cuộc sống. Bài 4, trang 26–32: sơ đồ khảo sát, hàm bậc ba, hai họ phân thức và tính đối xứng.

HỌC TIẾP CÙNG ZO MATH

Chọn điều em muốn học tiếp.

Em có thể bắt đầu với một nội dung đang học, muốn ôn lại hoặc còn vướng khi tự giải bài.



Mở học liệu
của khóa học