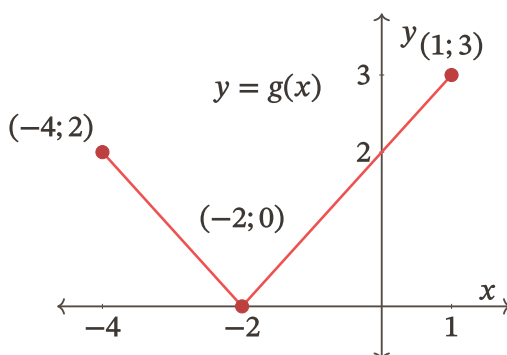


Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

Sửa lỗi

Bảng nhận diện lỗi và các nhiệm vụ sửa sau Luyện tập, Kiểm tra, Chuyển giao.



Mở trang Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

R1-G02

Mục lục

Bắt đầu	2
Cách học	2
Sửa lỗi	5
Chọn bài sửa lỗi	5
Sau Luyện tập	9
Sau Chuyển giao	10
Sau Kiểm tra	10
Sau Ôn lại	12
Nguồn	14

Bắt đầu

Có thể học

Học liệu “Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất” thuộc chương trình **Ôn thi Toán THPT 2027**.

Học xong, em cần làm được gì?

Học xong phần cốt lõi, em cần:

Mục tiêu	Việc em cần làm được
Đọc đúng đối tượng	Xác định D và tập đang xét từ đầy đủ dữ kiện; phân biệt biểu thức với hàm số.
Kiểm tra hai điều kiện	Phân biệt cực trị với giá trị lớn nhất, nhỏ nhất; kiểm tra so sánh và sự đạt được.
Tìm trên đoạn đóng	Kiểm tra điều kiện, lập đủ danh sách điểm cần xét và so sánh các giá trị hàm số.
Giải thích sự tồn tại	Đọc công thức, bảng và đồ thị để xác định hoặc bác bỏ sự tồn tại trên khoảng hở, tập rời hoặc không bị chặn.
Mô hình và ràng buộc	Chọn công cụ, xác định hàm mục tiêu, tập được phép và đơn vị; kiểm tra cả ràng buộc nguyên khi có.

Tiên quyết. Em cần biết tập xác định, khoảng đơn điệu, cực trị, dấu đạo hàm, đọc bảng biến thiên và phân biệt đồ thị của hàm số với đồ thị của đạo hàm. Em cũng cần tính được đạo hàm và giá trị của các hàm số quen thuộc. Khi thiếu thao tác nào, dùng đúng thẻ **Ôn nền (mở trên trang học liệu)** được dẫn trong bài. Ba nhiệm vụ Khởi động chỉ khảo sát một số phần nền, không kiểm hết tiên quyết hoặc mục tiêu của gói. Kiểm tra dùng để đọc bằng chứng theo mục tiêu, không phải để mô phỏng thi.

Cách học

Chuẩn bị giấy để ghi chép. Tự làm trước khi mở lời giải; em có thể chia việc học thành nhiều buổi. Sau Khởi động, chọn phần Bài học cần đọc; Luyện tập là phần tiếp theo khi đã nắm phần học.

Chọn nơi bắt đầu

- Nếu chưa học hoặc cần học lại chủ đề, vào **Bài học (mở trên trang học liệu)**. Làm đúng các nhiệm vụ Khởi động chưa đủ để kết luận đã đạt cả gói.
- Nếu đã nắm phần học, vào **Luyện tập (mở trên trang học liệu)**. Khi vướng, xem lại đúng phần cần thiết rồi trở về đúng chỗ đang vướng.
- Nếu đã chuẩn bị kĩ lưỡng hoặc đủ tự tin, có thể thực hiện **Kiểm tra (mở trên trang học liệu)**. Không được chia Kiểm tra thành nhiều đợt.

Bản đồ học

Bài học (mở trên trang học liệu) → Luyện tập (mở trên trang học liệu) → Kiểm tra (mở trên trang học liệu) → Ôn lại (mở trên trang học liệu)

Đây là mạch học chính. Em có thể đi tới hoặc quay lại phần cần thiết; phần bỏ qua không tự được xem là đã đạt. Ôn lại được thực hiện theo ngày đã hẹn.

Trong Bài học, Luyện tập, Ôn lại và sau khi kết thúc Kiểm tra, em có thể dùng hỗ trợ theo nhu cầu:

Khi cần	Mở phần nào?	Sau đó làm gì?
Xem lại kiến thức đang vận dụng	Đúng đoạn trong Bài học (mở trên trang học liệu)	Trở về nhiệm vụ đang vướng
Bổ sung kiến thức nền	Đúng tài nguyên Ôn nền (mở trên trang học liệu)	Tự làm câu xác nhận của tài nguyên rồi trở về
Kiểm lại bài làm	Lời giải (mở trên trang học liệu); Sửa lỗi (trang 5) nếu phát hiện lỗi	Đối chiếu, sửa và xác nhận theo chỉ dẫn của nhiệm vụ hoặc Điểm dừng
Lưu kết quả và việc tiếp theo	Nhật kí (mở trên trang học liệu)	Ghi nơi sẽ tiếp tục và lịch Ôn lại khi có

Trong lúc Kiểm tra, phải tự lực hoàn toàn: không dùng Bài học, Ôn nền, Lời giải hoặc Sửa lỗi để trợ giúp bài đang làm. Nếu cần hỗ trợ, kết thúc lượt kiểm tra và giữ bài làm ban đầu trước.

Khi cần hỗ trợ

Chưa biết cách làm: nếu vướng kiến thức của gói, xem lại đúng lời giải thích hoặc ví dụ trong Bài học; nếu thiếu kiến thức nền, mở đúng tài nguyên Ôn nền. Không cần đọc lại cả gói để tiếp tục một nhiệm vụ.

Muốn kiểm lại bài làm: giữ bài tự làm trước khi mở Lời giải. Đối chiếu điều kiện, lập luận và kết quả. Nếu có lỗi, xác định bước sai và dùng hướng dẫn hoặc nhiệm vụ Sửa lỗi được chỉ định. Khi cần xác nhận sau hỗ trợ, tự làm nhiệm vụ phù hợp còn chưa xem đáp án; quay về đúng nhiệm vụ hoặc Điểm dừng đang vướng.

Ở Điểm dừng: dựa vào bài làm và tiêu chí để chọn đi tiếp hay nhận hỗ trợ. Nếu đã đáp ứng tiêu chí, không cần qua mọi nhánh hỗ trợ. Sau Kiểm tra, giữ riêng kết quả ban đầu với kết quả sau sửa.

Đã xem đáp án hoặc không còn nhiệm vụ mới phù hợp: dùng bài đã xem để học, không tính là kết quả tự làm một bài mới. Ghi phần chưa được xác nhận và làm theo chỉ dẫn tại Điểm dừng; không tự đánh dấu đã đạt.

Khi có quyết định hoặc kết thúc buổi học: ghi kết quả, hỗ trợ đã dùng, nơi đang dừng và việc tiếp theo vào Nhật kí. Chỉ điền thông tin đã có; không cần ghi sau mọi thao tác. Nếu vào thẳng phần hỗ trợ, chọn nhiệm vụ hoặc hoạt động em muốn quay về.

Khi nào có thể chuyển sang gói tiếp theo?

Em có thể chuyển sang gói tiếp theo khi bài làm độc lập cho thấy em đáp ứng các mục tiêu thiết yếu và các lỗi cản trở việc tiếp tục đã được kiểm tra lại sau sửa. Giữ riêng kết quả ban đầu và kết quả sau hỗ trợ; ghi phần còn hạn chế cùng ngày Ôn lại vào Nhật kí. Chọn gói tiếp theo phù hợp với kiến thức em đã có, đồng thời giữ lịch Ôn lại của gói này; không cần chờ hết các lượt ôn mới học tiếp.

Hẹn Ôn lại sau khoảng **2–3 ngày, 7 ngày và 3–4 tuần**, tính từ ngày đáp ứng các điều kiện trên. Đến ngày hẹn, tự làm nhiệm vụ của lượt Ôn lại trước khi đối chiếu. Một lượt ôn chỉ cho biết kết quả ở những nội dung được kiểm tra trong lượt đó, không có nghĩa em đã làm chủ mọi tình huống của cả chủ đề. Nếu một nội dung vừa phải sửa lại, ghi thêm ngày kiểm lại sớm nội dung ấy.

Nhánh **Chuyển giao (mở trên trang học liệu)** chỉ dùng khi đã học nền lượng giác, mũ hoặc lôgarit tương ứng; không phải điều kiện để hoàn tất năm mục tiêu cốt lõi.

Sửa lỗi

Sau khi tự làm một nhiệm vụ trong Bài học, Luyện tập, sau khi kết thúc Kiểm tra hoặc trong Ôn lại, em có thể đối chiếu rồi sửa bước sai. Chọn dòng giống bài làm của em. Tự viết lại một câu giải thích đúng, rồi làm câu thử lại được chỉ dẫn mà chưa mở lời giải. Chọn đúng nhóm theo nguồn phát hiện: sau Luyện tập, sau Kiểm tra hoặc sau Ôn lại; không lấy một bài đã gặp trước đó ở nhóm khác làm kết quả tự làm một bài mới.

Nếu vẫn chưa làm được bài thử lại, xem đúng **mục kiến thức (mở trên trang học liệu)** hoặc **thẻ Ôn nền (mở trên trang học liệu)** được chỉ dẫn. Nếu đã biết lời giải của các bài kiểm tra lại hiện có, **ghi phần cần kiểm tra thêm vào Nhật kí (mở trên trang học liệu)**; không dùng lần làm lại bài đã biết đáp án để kết luận đã tự giải được bài mới. Có thể tiếp tục nội dung khác mà em đã đủ kiến thức, đồng thời giữ lại phần đang vướng để học tiếp.

Giữ nguyên bài làm ban đầu. Dùng bảng dưới đây để tìm điều kiện hoặc bước suy luận đã bỏ, viết lại cho đúng, rồi tự làm bài khắc phục tương ứng trước khi mở lời giải. Nếu có nhiều lỗi, xử lý từng lỗi; không chỉ chọn lỗi dễ nhất.

Chọn bài sửa lỗi

Mỗi dòng dưới đây chỉ ra một điều cần phân biệt để hiểu bài vững hơn. Đối chiếu với bài làm của em, thử trả lời câu hỏi rồi xem lại phần học được dẫn khi cần. Chọn đúng bài và đúng ý theo nơi phát hiện; nếu đang học Bài học, có thể dùng nhóm Sau Luyện tập. Chỉ tự kiểm tra bằng bài phù hợp chưa gặp trước đó; trong lượt Kiểm tra phải kết thúc lượt trước khi dùng hỗ trợ.

Nút thất nhận thức	Biểu hiện dễ nhầm	Câu hỏi và cách tháo gỡ	Tự kiểm tra
Cực trị cục bộ và giá trị trên toàn tập	Lấy ngay một giá trị cực đại làm giá trị lớn nhất.	Giá trị ấy đã được so sánh với mọi ứng viên hợp lệ chưa? Xác định tập đang xét và so sánh đầy đủ; cực trị không tự quyết định lớn nhất, nhỏ nhất. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 40 – Cực đại và toàn đoạn (trang 9). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 48 – Cực trị không thay cho giá trị lớn nhất, nhỏ nhất (trang 10). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 54 – Xen kẽ cực trị và giá trị lớn nhất (trang 12).
Điểm tới hạn và đầu mút	Chỉ giải phương trình đạo hàm bằng 0, bỏ hai đầu mút của đoạn.	Danh sách ứng viên còn thiếu đầu mút nào thuộc tập đang xét? Lập đủ danh sách trước khi tính và so sánh giá trị hàm số. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 40 – Cực đại và toàn đoạn (trang 9). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 48 – Cực trị không thay cho giá trị lớn nhất, nhỏ nhất (trang 10). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 54 – Xen kẽ cực trị và giá trị lớn nhất (trang 12).

Nút thắt nhận thức	Biểu hiện dễ nhầm lẫn	Câu hỏi và cách tháo gỡ	Tự kiểm tra
Công thức, tập xác định và tập đang xét	Tính được biểu thức tại một số rồi coi số đó là điểm đạt hợp lệ.	Điểm ấy có thuộc cả tập xác định và tập đang xét không? Đọc đầy đủ dữ kiện; phép thay vào biểu thức không tự tạo giá trị của hàm số ngoài tập xác định. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 41 – Có cận nhưng không đạt (trang 9). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 49 – Cùng công thức, khác tập xác định (trang 10). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 55 – Khoảng nửa kín và điểm ngoài tập (trang 12).
Cận và giá trị được đạt	Coi một mức chỉ tiến gần là giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất.	Có điểm nào thuộc tập đang xét làm hàm số bằng mức ấy không? Kiểm cả bất đẳng thức so sánh và sự tồn tại của điểm đạt; nếu không có, giải thích vì sao không có giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất tương ứng. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 41 – Có cận nhưng không đạt (trang 9). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 49 – Cùng công thức, khác tập xác định (trang 10). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 55 – Khoảng nửa kín và điểm ngoài tập (trang 12).
Giá trị hàm số và sự tồn tại của đạo hàm	Bỏ điểm gãy dù hàm số có giá trị tại đó.	Đạo hàm không tồn tại có làm mất giá trị hàm số không? Giữ điểm hợp lệ có thể đạt lớn nhất, nhỏ nhất trong danh sách cần so sánh. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 42 – Điểm gãy và tọa độ (trang 9). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 50 – Điểm không có đạo hàm vẫn có thể là ứng viên (trang 11). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 56 – Điểm gãy và tọa độ (trang 12).
Từng thành phần và toàn bộ tập	Chỉ xét một nhánh hoặc nối kết luận đơn điệu qua điểm bị loại.	Đã xét và so sánh kết quả của mọi thành phần chưa? Làm việc trên từng thành phần, sau đó đối chiếu trên toàn tập đang xét. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 43 – Đọc hai thành phần (trang 9). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 51 – Hai thành phần và một giá trị đạt (trang 11). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 57 – Tập rời và điểm hở (trang 12).
Điểm hở và một giá trị có thể đạt ở nơi khác	Thấy điểm hở rồi loại luôn tung độ ấy khỏi tập giá trị.	Tung độ đó có được đạt tại một điểm khác không? Phân biệt một điểm không thuộc đồ thị với một giá trị không bao giờ đạt được. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 43 – Đọc hai thành phần (trang 9). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 51 – Hai thành phần và một giá trị đạt (trang 11). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 57 – Tập rời và điểm hở (trang 12).

Nút thắt nhận thức	Biểu hiện dễ nhầm	Câu hỏi và cách tháo gỡ	Tự kiểm tra
Hoành độ, giá trị và điểm đạt	So sánh hoành độ thay cho giá trị hoặc ghi hoành độ vào chỗ giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.	Đề hỏi giá trị nào và điểm nào cho giá trị ấy? So sánh các giá trị hàm số; kết luận riêng giá trị và hoành độ điểm đạt. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 42 – Điểm gây và tọa độ (trang 9). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 50 – Điểm không có đạo hàm vẫn có thể là ứng viên (trang 11). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 56 – Điểm gây và tọa độ (trang 12).
Một điểm đạt và tất cả điểm đạt	Chỉ ghi một phương án khi nhiều điểm cùng cho giá trị tối ưu.	Còn điểm hợp lệ nào cho cùng giá trị tốt nhất không? Đối chiếu mọi ứng viên và ghi đủ các điểm đạt được đề bài yêu cầu. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: chưa có bài riêng về nhiều điểm cùng đạt. Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 48 (trang 10). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 58 (trang 12) kiểm nhiều phương án nguyên cùng tối ưu.
Đồ thị hàm số và đồ thị đạo hàm	Đọc tung độ của đạo hàm thành giá trị lớn nhất của hàm số.	Đồ thị được cho là của đại lượng nào? Dùng dấu đạo hàm để xét biến thiên; giá trị hàm số cần dữ kiện riêng. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Xác nhận nên đọc đồ thị (mở trên trang học liệu), nếu chưa gặp trước đó. Sau Kiểm tra: Xác nhận nên đọc đồ thị (mở trên trang học liệu), nếu chưa gặp trước đó; chỉ sau khi kết thúc Kiểm tra. Sau Ôn lại: Xác nhận nên đọc đồ thị (mở trên trang học liệu), nếu chưa gặp trước đó.
Chi phí bình quân và tổng chi phí	Lấy doanh thu trừ chi phí bình quân để tính lợi nhuận.	Đơn vị của hai đại lượng đem trừ có giống nhau không? Lập tổng chi phí bằng số lượng nhân chi phí bình quân, rồi mới lập hàm mục tiêu. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 44 – Tổng chi phí và số nguyên (trang 9). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 52 – Đỉnh nằm giữa hai số nguyên (trang 11). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 58 – Hai nghiệm nguyên cùng tối ưu (trang 12).
Nghiệm tối ưu liên tục và ràng buộc số nguyên	Giữ nghiệm không nguyên hoặc làm tròn ngay mà không so sánh.	Những giá trị nguyên nào hợp lệ và cho giá trị mục tiêu tốt nhất? Dùng biến thiên để tìm ứng viên nguyên cần xét, so sánh trực tiếp và ghi đủ các phương án tối ưu. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 44 – Tổng chi phí và số nguyên (trang 9). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 52 – Đỉnh nằm giữa hai số nguyên (trang 11). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 58 – Hai nghiệm nguyên cùng tối ưu (trang 12).

Nút thắt nhận thức	Biểu hiện dễ nhầm	Câu hỏi và cách tháo gỡ	Tự kiểm tra
Điều kiện bảo đảm và điều kiện cần	Cho rằng đoạn đóng luôn bảo đảm tồn tại, hoặc thiếu liên tục thì chắc chắn không có lớn nhất, nhỏ nhất.	Đã đủ giả thiết để dùng định lý chưa; nếu chưa, định nghĩa cho biết gì? Kiểm tra liên tục trên đoạn; không áp dụng được định lý không đồng nghĩa kết luận ngược lại đúng. Xem lại kiến thức (mở trên trang học liệu).	Sau Luyện tập: Nhiệm vụ 45 – Đoạn đóng chưa đủ (trang 9). Sau Kiểm tra: Nhiệm vụ 53 – Đoạn đóng chưa đủ để dùng định lý tồn tại (trang 11). Sau Ôn lại: Nhiệm vụ 59 – Quay về định nghĩa khi hàm gián đoạn (trang 13).

Cách sửa theo lỗi

- **Nhầm cực trị với lớn nhất, nhỏ nhất; thiếu dấu nút.** Thấy cực đại rồi kết luận lớn nhất; chỉ giải $f'(x) = 0$; quên dấu nút. Ghi lại K , lập đủ danh sách điểm và so sánh các giá trị của f .
- **Nhầm tập xác định, tập đang xét hoặc sự đạt được.** Đồng nhất D với K ; bỏ dữ kiện về tập xác định rồi tự lấy $D = \mathbb{R}$; viết $f(a)$ dù $a \notin D$; đưa điểm ngoài K vào so sánh; coi cận là giá trị đạt được. Đọc D từ đầy đủ đề. Phân biệt tính biểu thức với tính $f(a)$; nếu xét trên $K \subseteq D$ thì kiểm tra thêm $a \in K$. Muốn bác bỏ sự tồn tại, chỉ ra vì sao mọi ứng viên đều bị một giá trị khác vượt qua.
- **Bỏ điểm không có đạo hàm.** Bỏ điểm không có đạo hàm dù hàm số có giá trị ở đó. Tách câu hỏi “ f có giá trị?” khỏi “ f có đạo hàm?”. Xét điểm đối công thức.
- **Bỏ thành phần hoặc đọc sai điểm hở và giới hạn.** Bỏ một thành phần; kéo kết luận đơn điệu qua chỗ bị loại; đọc giới hạn thành giá trị; thấy điểm hở rồi loại luôn tung độ ấy. Ghi tập giá trị của từng thành phần, rồi so sánh trên toàn K . Kiểm tra giá trị ở điểm hở có được đạt tại một điểm khác hay không.
- **Nhầm hoành độ, giá trị và điểm trên đồ thị.** Nhầm hoành độ, tung độ và điểm trên đồ thị. Viết riêng $x_0, f(x_0), (x_0; f(x_0))$.
- **Đọc nhầm đồ thị đạo hàm.** Đọc đồ thị f' thành f . Đọc nhãn trước; tung độ của hình f' không cho giá trị f .
- **Sai tổng chi phí hoặc điều kiện số nguyên.** Lấy $R - G$ khi G là chi phí bình quân; giữ nghiệm không nguyên hoặc tự làm tròn. Lập tổng chi phí xG ; xét đúng tập giá trị của x ; so sánh và ghi đơn vị.
- **Dùng sai định lý tồn tại.** Dùng bảo đảm liên tục trên đoạn khi thiếu điều kiện; hoặc thiếu điều kiện thì kết luận không tồn tại. Kiểm tra từng giả thiết. Nếu không áp dụng được, quay về định nghĩa.

Sau Luyện tập

Nhiệm vụ 40 – Cực đại và toàn đoạn

Cho hàm số $f(x) = x^3 - 12x + 4$. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của f trên đoạn $[-3; 5]$. Giải thích vì sao giá trị cực đại 20 chưa quyết định đáp án.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 41 – Có cận nhưng không đạt

Cho hàm số f có tập xác định $D = (-1; 2]$, với $f(x) = 5 - (x + 1)^2$. Phép tính $5 - (-1 + 1)^2 = 5$ có phải là tính $f(-1)$ không? Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất nếu có; giải thích đầy đủ trường hợp không tồn tại.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 42 – Điểm gãy và tọa độ

1. Cho hàm số $v(x) = 1 - |x + 2|$. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của v trên đoạn $[-4; 1]$.
2. Ghi riêng điểm đạt giá trị lớn nhất của hàm số, giá trị lớn nhất và tọa độ điểm tương ứng trên đồ thị $y = v(x)$. Nếu một hình khác ghi $y = v'(x)$, có được lấy tung độ trên hình đó làm $v(x)$ không?

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 43 – Đọc hai thành phần

Hàm số f có tập xác định $K = [-2; 0) \cup [1; 3]$ và liên tục trên từng thành phần của K . Trên $[-2; 0)$, hàm nghịch biến từ $f(-2) = 4$ và tiến tới 1 khi x tiến đến 0 từ bên trái. Trên $[1; 3]$, hàm nghịch biến từ $f(1) = 6$ đến $f(3) = 2$. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất nếu có.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 44 – Tổng chi phí và số nguyên

Số sản phẩm x là số nguyên từ 1 đến 15. Doanh thu $R(x) = 50x$ nghìn đồng; chi phí bình quân $G(x) = 3x + 7 + \frac{10}{x}$ nghìn đồng/sản phẩm. Tìm số sản phẩm cho lợi nhuận lớn nhất.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 45 – Đoạn đóng chưa đủ

Hàm số r có tập xác định $D = [0; 1]$, được cho bởi $r(0) = 1$ và $r(x) = x$ với $0 < x \leq 1$. Một bạn nói: “Tập đang xét là đoạn đóng nên hàm có cả giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.” Kiểm tra phát biểu rồi xác định điều thực sự đúng.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Tiêu chí xác nhận đã sửa lỗi.

Chỉ coi là đã sửa khi: em làm được câu mới và giải thích được điều kiện từng bỏ sót. Nếu vẫn sai, ghi một lỗi cụ thể cần xử lý ở lượt gần nhất, thay vì làm tiếp nhiều câu cùng cách sai.

Sau Chuyển giao

Nhiệm vụ 46 – Hàm lượng giác mới

Sau khi sửa lỗi ở nhiệm vụ 18 của Chuyển giao, thử một câu mới.

Cho $a(x) = \sin 2x - x$. Dùng đạo hàm tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, góc đo bằng radian. Hãy làm ở lượt sau, khi đã đóng lời giải nhiệm vụ 18 của Chuyển giao.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 47 – Hàm lôgarit mới

Kích hoạt khi học sinh đã bổ sung **Ôn nền đạo hàm mũ-lôgarit (mở trên trang học liệu)** hoặc cần xác nhận lại khả năng chuyển quy trình tối ưu sang hàm lôgarit

Cho

$$h(x) = \frac{\ln x}{x^2}$$

trên đoạn $[1; e^2]$.

1. Xác định tập xác định và kiểm tra đoạn đang xét có hợp lệ hay không.
2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của h trên đoạn và điểm đạt.
3. Trình bày danh sách ứng viên trước khi so sánh.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Sau Kiểm tra

Sau **Điểm dừng 05 (mở trên trang học liệu)**, chọn đúng nhiệm vụ theo họ lỗi đã quan sát. Làm độc lập trước khi mở lời giải; đạt thì quay lại điểm đã gọi. Nếu thiếu nền, dùng đúng thẻ được chỉ dẫn rồi chọn nhiệm vụ phù hợp chưa gặp trước đó trong bảng Sửa lỗi. Nếu không còn câu phù hợp, ghi “Chưa có bài mới để xác nhận thêm ở mục tiêu này” vào Nhật kí; không tự đặt thêm bài để chứng nhận.

Nhiệm vụ 48 – Cực trị không thay cho giá trị lớn nhất, nhỏ nhất

Cho $f(x) = x^4 - 2x^2$ trên đoạn $[-2; 2]$.

1. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của f trên đoạn.
2. Ghi tất cả các điểm đạt mỗi giá trị.
3. Cho biết điểm $x = 0$ có vai trò gì và vì sao không thể dùng riêng điểm đó để kết luận giá trị lớn nhất trên đoạn.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 49 – Cùng công thức, khác tập xác định

Xét hai hàm có cùng công thức biểu diễn:

- f có tập xác định $D_f = \mathbb{R}$ và được yêu cầu tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất trên $K = (1; 4]$;
- g có tập xác định $D_g = (1; 4]$;
- với mọi x thuộc tập xác định tương ứng, $f(x) = g(x) = (x - 1)^2$.

Với mỗi hàm, hãy xác định giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên tập đang xét. Sau đó phân biệt ba phát biểu: “thay $x = 1$ vào biểu thức được 0”, “ $f(1) = 0$ ” và “ $g(1) = 0$ ”.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 50 – Điểm không có đạo hàm vẫn có thể là ứng viên

Cho $v(x) = |x - 1|$ trên đoạn $[-1; 4]$.

1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.
2. Ghi điểm đạt dưới cả hai dạng: hoành độ và tọa độ điểm trên đồ thị.
3. Giải thích vì sao việc $v'(1)$ không tồn tại không loại $x = 1$ khỏi danh sách ứng viên.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 51 – Hai thành phần và một giá trị đạt

Cho

$$K = [-2; 0) \cup [1; 3]$$

và hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{khi } x \in [-2; 0), \\ 5 - x & \text{khi } x \in [1; 3]. \end{cases}$$

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của f trên K và ghi tất cả các điểm đạt. Phải nêu riêng kết quả trên từng thành phần trước khi kết luận cho toàn bộ K .

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 52 – Đỉnh nằm giữa hai số nguyên

Số sản phẩm x là số nguyên từ 1 đến 15. Doanh thu là $R(x) = 30x$ nghìn đồng. Chi phí bình quân là

$$G(x) = 2x + 4 + \frac{42}{x}$$

nghìn đồng trên một sản phẩm.

Tìm mọi số sản phẩm cho lợi nhuận lớn nhất và mức lợi nhuận đó. Bài làm phải chỉ rõ tổng chi phí, tập xác định của bài toán và cách xử lý điểm tối ưu của hàm phụ biến thực.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 53 – Đoạn đóng chưa đủ để dùng định lý tồn tại

Cho hàm số có tập xác định $D = [0; 1]$:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x = 0, \\ \frac{1}{x} & \text{khi } 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

1. Có thể áp dụng trực tiếp định lý về giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm liên tục trên đoạn hay không?
2. Hãy dùng định nghĩa để xác định giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất nếu có.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Sau Ôn lại

Nếu một học sinh tái xuất hiện ở Điểm dừng Ôn lại đang thực hiện, làm đúng nhiệm vụ tương ứng dưới đây nếu chưa gặp trước đó. Đạt thì quay lại lượt Ôn lại; sai thì xem lại đúng phần được chỉ dẫn và rút ngắn lịch ôn. Nếu không còn nhiệm vụ phù hợp chưa gặp trước đó, ghi “Chưa có bài mới để xác nhận thêm ở mục tiêu này” vào Nhật ký; có thể tiếp tục mục tiêu khác độc lập với phần đang vướng.

Nhiệm vụ 54 – Xen kẽ cực trị và giá trị lớn nhất

Cho $f(x) = (x^2 - 1)^2$ trên $[-2; 2]$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất và mọi điểm đạt. Cho biết $x = 0$ là điểm cực trị nào và có tạo ra giá trị lớn nhất hay nhỏ nhất trên đoạn hay không.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 55 – Khoảng nửa kín và điểm ngoài tập

Cho $D = (0; 2]$ và $f(x) = x + 1$ với $x \in D$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất nếu có. Giải thích vì sao kết quả của phép thay $x = 0$ vào biểu thức không phải là một giá trị của hàm.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 56 – Điểm gãy và tọa độ

Cho $f(x) = |2x - 3|$ trên $[0; 2]$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất; ghi hoành độ và tọa độ điểm đạt mỗi giá trị. Nêu vai trò của điểm không có đạo hàm.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 57 – Tập rời và điểm hở

Cho $K = (-1; 0] \cup (2; 4]$ và $f(x) = x$ trên K . Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất nếu có và giải thích bằng từng thành phần của K .

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 58 – Hai nghiệm nguyên cùng tối ưu

Lợi nhuận theo mô hình là

$$P(x) = -x^2 + 7x - 5$$

nghìn đồng, trong đó $x \in \{1; 2; \dots; 9\}$ là số sản phẩm. Tìm mọi số sản phẩm cho lợi nhuận lớn nhất và mức lợi nhuận đó. Không dùng quy tắc làm tròn.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 59 – Quay về định nghĩa khi hàm gián đoạn

Cho hàm số trên $D = [0; 2]$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } 0 \leq x < 2, \\ -1 & \text{khi } x = 2. \end{cases}$$

Không viện dẫn máy móc định lý về hàm liên tục trên đoạn. Hãy xác định giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất nếu có và nêu căn cứ.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nguồn

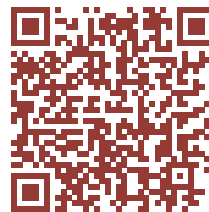
- Bộ Giáo dục và Đào tạo, *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (2018), trang 106–107, nêu yêu cầu nhận biết giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên tập cho trước và xác định bằng đạo hàm trong những trường hợp đơn giản.
- *Sách giáo khoa Toán 10, tập hai — Kết nối tri thức với cuộc sống*, bài 15, trang 6–7 (trang 7–8 của tệp PDF), được dùng để đối chiếu định nghĩa hàm số, tập xác định và cách cho hàm số trên một tập được chỉ rõ.
- *Sách giáo khoa Toán 12, tập một — Kết nối tri thức với cuộc sống*, bài 2, trang 15–19 (trang 17–21 của tệp PDF), được dùng để đối chiếu định nghĩa và phương pháp tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
- *Sách giáo viên Toán 12 — Kết nối tri thức với cuộc sống*, bài 2, trang 41–42 (trang 42–43 của tệp PDF), được dùng để đối chiếu mục tiêu và cách tổ chức hoạt động học.
- Học liệu *Đơn điệu và cực trị* được dùng để nối kiến thức về tập xác định, tính đơn điệu, cực trị, bảng biến thiên và đồ thị.

Các tình huống số trong học liệu được biên soạn cho học liệu “Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất”. Gói tập trung vào việc xét đúng tập, kiểm tra sự đạt được và giải thích kết luận; bài toán tối ưu tổng hợp, tiệm cận và biện luận tham số thuộc các gói khác.

HỌC TIẾP CÙNG ZO MATH

Chọn điều em muốn học tiếp.

Em có thể bắt đầu với một nội dung đang học, muốn ôn lại hoặc còn vướng khi tự giải bài.



Mở học liệu
của khóa học