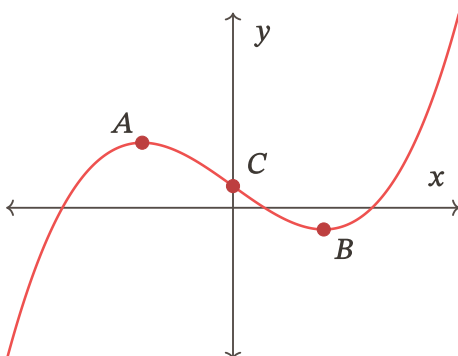


ÔN THI TOÁN THPT 2027

Đơn điệu và cực trị

Ôn lại

Các lượt ôn lại và nhiệm vụ tự kiểm tra.



Mở trang Đơn điệu và cực trị

R1-G01

Phiên bản nội dung 1.3 · Ngày tạo PDF: 19/10/2026

© 2026 ZO Math. Bản quyền nội dung thuộc ZO Math.

Mục lục

Bắt đầu	2
Cách học	2
Ôn lại	5
Nhiệm vụ 26 – Một nghiệm đối dấu, một nghiệm không đối dấu	5
Điểm dừng 05	6
Nhiệm vụ 27 – Bảng biến thiên trên hai thành phần	6
Điểm dừng 06	7
Nhiệm vụ 28 – Tự dựng chuỗi biểu diễn cho hàm từng đoạn	8
Điểm dừng 07	8
Nguồn	9

Bắt đầu

Có thể học

Học liệu “Đơn điệu và cực trị” là gói củng cố kiến thức nền và chẩn đoán lỗi thuộc chương trình **Ôn thi Toán THPT 2027**. Học liệu giúp em đọc đúng công thức, bảng biến thiên và đồ thị; dùng dấu đạo hàm để giải thích kết luận về tính đơn điệu và cực trị. Bài kiểm tra cuối gói nhằm xác định mức độ em làm chủ những nội dung này; đây không phải là đề mô phỏng cấu trúc đề thi tốt nghiệp THPT.

Học xong, em cần làm được gì?

Học xong lượt chính, em cần có bài làm cho thấy mình làm được năm việc:

Mục tiêu	Việc em cần làm được
Dùng đúng điều kiện	Ghi tập xác định, khoảng xét và điều kiện áp dụng định lí trước khi kết luận.
Nói các biểu diễn	Nói công thức, đạo hàm, dấu, chiều biến thiên, bảng và dáng điệu đồ thị; phát hiện biểu diễn không khớp.
Xét và gọi đúng cực trị	Kiểm điều kiện và dấu hai phía; phân biệt điểm cực trị của hàm số, giá trị cực trị và điểm cực trị của đồ thị.
Đọc trong giới hạn dữ kiện	Tách điều biết và chưa biết; không tự thêm đạo hàm, công thức hoặc giá trị chưa được cho.
Đánh giá và sửa lập luận	Đánh giá từng kết luận bằng lí do cụ thể, giữ phần đúng khi sửa; khi cần kiểm tra lại, tự giải một bài khác về đúng lỗi vừa sửa trước khi xem lời giải.

Tiên quyết. Em cần biết tính đạo hàm đa thức, xét dấu biểu thức và đọc giá trị hàm số. Ở các bài về điểm ghép, cần tính được giới hạn một phía đơn giản và dùng thương sai phân một phía để kiểm tra đạo hàm tại điểm đó. Khi thiếu thao tác nào, dùng đúng thẻ **Ôn nên (mở trên trang học liệu)** được dẫn trong bài. Bốn nhiệm vụ Khởi động chỉ khảo sát một số phần nền, không kiểm hết tiên quyết hoặc mục tiêu của gói.

Cách học

Chuẩn bị giấy để ghi chép. Tự làm trước khi mở lời giải; em có thể chia việc học thành nhiều buổi.

Chọn nơi bắt đầu

- Nếu chưa học hoặc cần học lại chủ đề, vào **Bài học (mở trên trang học liệu)**. Làm đúng các nhiệm vụ Khởi động chưa đủ để kết luận đã đạt cả gói.
- Nếu đã nắm phần học, vào **Luyện tập (mở trên trang học liệu)**. Khi vướng, xem lại đúng phần cần thiết rồi trở về đúng chỗ đang vướng.
- Nếu đã chuẩn bị kĩ lưỡng hoặc đủ tự tin, có thể thực hiện **Kiểm tra (mở trên trang học liệu)**. Không được chia Kiểm tra thành nhiều đợt.

Bản đồ học

Bài học (mở trên trang học liệu) → Luyện tập (mở trên trang học liệu) → Kiểm tra (mở trên trang học liệu) → Ôn lại (trang 5)

Đây là mạch học chính. Em có thể đi tới hoặc quay lại phần cần thiết; phần bỏ qua không tự được xem là đã đạt. Ôn lại được thực hiện theo ngày đã hẹn.

Trong Bài học, Luyện tập, Ôn lại và sau khi kết thúc Kiểm tra, em có thể dùng hỗ trợ theo nhu cầu:

Khi cần	Mở phần nào?	Sau đó làm gì?
Xem lại kiến thức đang vận dụng	Đúng đoạn trong Bài học (mở trên trang học liệu)	Trở về nhiệm vụ đang vướng
Bổ sung kiến thức nền	Đúng tài nguyên Ôn nền (mở trên trang học liệu)	Tự làm câu xác nhận của tài nguyên rồi trở về
Kiểm lại bài làm	Lời giải (mở trên trang học liệu); Sửa lỗi (mở trên trang học liệu) nếu phát hiện lỗi	Đối chiếu, sửa và xác nhận theo chỉ dẫn của nhiệm vụ hoặc Điểm dừng
Lưu kết quả và việc tiếp theo	Nhật kí (mở trên trang học liệu)	Ghi nơi sẽ tiếp tục và lịch Ôn lại khi có

Trong lúc Kiểm tra, phải tự lực hoàn toàn: không dùng Bài học, Ôn nền, Lời giải hoặc Sửa lỗi để trợ giúp bài đang làm. Nếu cần hỗ trợ, kết thúc lượt kiểm tra và giữ bài làm ban đầu trước.

Khi cần hỗ trợ

Chưa biết cách làm: nếu vướng kiến thức của gói, xem lại đúng lời giải thích hoặc ví dụ trong Bài học; nếu thiếu kiến thức nền, mở đúng tài nguyên Ôn nền. Không cần đọc lại cả gói để tiếp tục một nhiệm vụ.

Muốn kiểm lại bài làm: giữ bài tự làm trước khi mở Lời giải. Đối chiếu điều kiện, lập luận và kết quả. Nếu có lỗi, xác định bước sai và dùng hướng dẫn hoặc nhiệm vụ Sửa lỗi được chỉ định. Khi cần xác nhận sau hỗ trợ, tự làm nhiệm vụ phù hợp còn chưa xem đáp án; quay về đúng nhiệm vụ hoặc Điểm dừng đang vướng.

Ở Điểm dừng: dựa vào bài làm và tiêu chí để chọn đi tiếp hay nhận hỗ trợ. Nếu đã đáp ứng tiêu chí, không cần qua mọi nhánh hỗ trợ. Sau Kiểm tra, giữ riêng kết quả ban đầu với kết quả sau sửa.

Đã xem đáp án hoặc không còn nhiệm vụ mới phù hợp: dùng bài đã xem để học, không tính là kết quả tự làm một bài mới. Ghi phần chưa được xác nhận và làm theo chỉ dẫn tại Điểm dừng; không tự đánh dấu đã đạt.

Khi có quyết định hoặc kết thúc buổi học: ghi kết quả, hỗ trợ đã dùng, nơi đang dừng và việc tiếp theo vào Nhật kí. Chỉ điền thông tin đã có; không cần ghi sau mọi thao tác. Nếu vào thẳng phần hỗ trợ, chọn nhiệm vụ hoặc hoạt động em muốn quay về.

Khi nào có thể chuyển sang gói tiếp theo?

Em có thể chuyển sang gói tiếp theo khi bài làm độc lập cho thấy em đáp ứng các mục tiêu thiết yếu và các lỗi cản trở việc tiếp tục đã được kiểm tra lại sau sửa. Giữ riêng kết quả ban đầu và kết quả sau hỗ trợ; ghi phần còn hạn chế cùng ngày Ôn lại vào Nhật kí. Chọn gói tiếp theo phù hợp với kiến thức em đã có, đồng thời giữ lịch Ôn lại của gói này; không cần chờ hết các lượt ôn mới học tiếp.

Hẹn Ôn lại sau khoảng **2–3 ngày, 7 ngày và 3–4 tuần**, tính từ ngày đáp ứng các điều kiện trên. Đến ngày hẹn, tự làm nhiệm vụ của lượt Ôn lại trước khi đối chiếu. Một lượt ôn chỉ cho biết kết quả ở những nội dung được kiểm tra trong lượt đó, không có nghĩa em đã làm chủ mọi tình huống của cả chủ đề. Nếu một nội dung vừa phải sửa lại, ghi thêm ngày kiểm lại sớm nội dung ấy.

Ôn lại

Ngày gốc là ngày hoàn tất lượt chính, ghi tại **Điểm dừng 04** (mở trên trang học liệu). Lịch mặc định: nhiệm vụ 26 của Ôn lại sau 2–3 ngày; nhiệm vụ 27 của Ôn lại sau 7 ngày; nhiệm vụ 28 của Ôn lại sau 3–4 tuần kể từ ngày gốc.

Ở mỗi lượt, đóng Bài học và Lời giải, tự nhớ và làm nhiệm vụ riêng trước khi đối chiếu; ghi mức hỗ trợ và kết quả sau khoảng trễ. Bài từng sai dùng để nhớ nguyên nhân, không phải kết quả tự làm một bài mới.

Hoàn tất lượt chính không đồng nghĩa đã kiểm tra khả năng nhớ sau một thời gian. Em có thể học gói tiếp phù hợp tiên quyết trong lúc chờ lịch Ôn lại, không phải chờ 3–4 tuần. Nếu cần kiểm sớm một lỗi vừa sửa, hẹn riêng mục tiêu ấy và ghi rõ; không thay ngày gốc hoặc coi lần kiểm sớm là toàn bộ lượt Ôn lại.

Thời điểm ôn	Nhiệm vụ cần tự làm	Điểm dừng
Sau khoảng 2–3 ngày	Nhiệm vụ 26 (trang 5)	Điểm dừng 05 (trang 6)
Sau khoảng 7 ngày	Nhiệm vụ 27 (trang 6)	Điểm dừng 06 (trang 7)
Sau khoảng 3–4 tuần	Nhiệm vụ 28 (trang 8)	Điểm dừng 07 (trang 8)

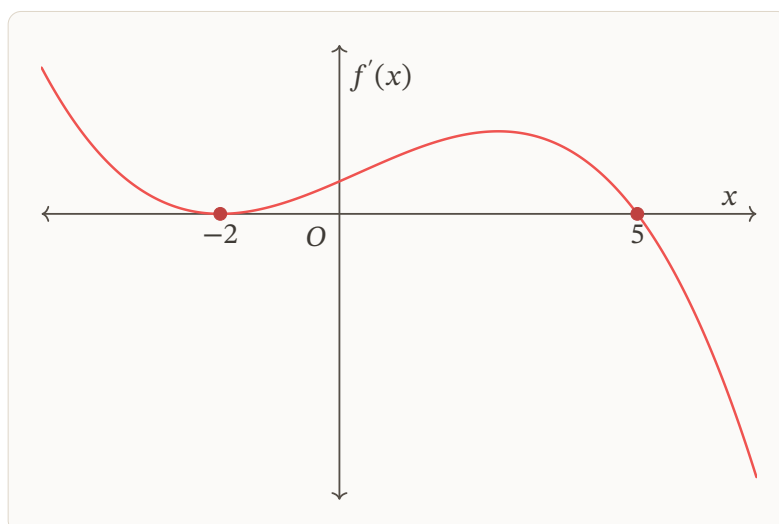
Ghi ngày gốc và ba ngày hẹn vào Nhật kí. Sau mỗi lượt, dùng Điểm dừng tương ứng để giữ lịch hoặc hẹn kiểm sớm phần còn vương. Không dùng bài đã gặp trước đó hoặc đã làm ở lượt trước làm bằng chứng mới. Phân liên hệ với Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất chỉ thực hiện khi đã học nội dung đó; không cần học gói mới để ôn gói này.

Nhiệm vụ 26 – Một nghiệm đổi dấu, một nghiệm không đổi dấu

Thời điểm mặc định: sau 2–3 ngày. **Mục tiêu:** dùng đúng tập xác định và điều kiện; nối đúng chuỗi biểu diễn; xét và gọi đúng các đối tượng cực trị; đọc hình trong giới hạn dữ kiện. **Điểm dừng:** Điểm dừng 05. **Lỗi cần quan sát:** đếm nghiệm của phương trình đạo hàm bằng 0 thay cho xét đổi dấu; nhầm ba đối tượng cực trị; suy quá dữ kiện hình.

Đóng tài liệu trước khi làm.

Cho hàm số f có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hình biểu diễn định tính đồ thị $y = f'(x)$ tiếp xúc trục hoành tại $x = -2$, cắt trục hoành tại $x = 5$, dương khi $x < 5$ trừ $x = -2$, và âm khi $x > 5$. Đây là toàn bộ nghiệm của đạo hàm. Hình không cho thang tung độ hoặc công thức. Biết $f(5) = 7$.



Hình chỉ mã hóa nghiệm, dấu và cách cắt hoặc tiếp xúc của đạo hàm.

1. Nêu dấu của $f'(x)$ và các khoảng đơn điệu của f ; giải thích có gộp qua -2 được không.
2. Xét cực trị tại $x = -2$ và $x = 5$.
3. Gọi đúng điểm cực trị của hàm số, giá trị cực trị và điểm cực trị của đồ thị xác định được.
4. Có biết $f(-2)$ hoặc công thức của f không? Nêu lí do.

Tiêu chí đạt: không đếm hai nghiệm của đạo hàm thành hai điểm cực trị; gộp đúng khoảng đồng biến qua $x = -2$ và nêu được căn cứ; gọi đúng 5, 7, (5; 7); không tự suy ra $f(-2)$ hoặc công thức của f .

Tuyến sau bài: đạt thì quay về Điểm dừng 05 và giữ lịch nhiệm vụ 27 của Ôn lại; sai vì đếm nghiệm của phương trình đạo hàm bằng 0 thì làm **Một mốc không đổi dấu nằm giữa hai mốc đổi dấu (mở trên trang học liệu)**; sai cách gọi ba đối tượng thì làm **Hai hình, ba đối tượng (mở trên trang học liệu)**; suy quá dữ kiện hình thì làm **Biết, chưa biết và sai (mở trên trang học liệu)**.

Xem lời giải (mở trên trang học liệu)

Điểm dừng 05

Tại điểm này, đối chiếu nhiệm vụ 26 của Ôn lại theo bốn mục tiêu ghi trong đề. Nếu lỗi tái diễn, làm đúng bài sửa lỗi sau Ôn lại; nếu thiếu nền, đi đúng tuyến Nền, làm câu kiểm tra lại mới rồi quay về chính Điểm dừng 05. Đạt thì giữ lịch nhiệm vụ 27 của Ôn lại.

Ghi Nhật kí (mở trên trang học liệu) khi cần lưu quyết định, nơi tiếp tục hoặc kết thúc buổi học. Bài làm và kết quả đối chiếu có thể giữ ngay trên giấy đang dùng.

Nhiệm vụ 27 – Bảng biến thiên trên hai thành phần

Thời điểm mặc định: sau khoảng 7 ngày. **Mục tiêu:** dùng đúng tập xác định và điều kiện; xét và gọi đúng các đối tượng cực trị; đọc bảng trong giới hạn dữ kiện; đánh giá và sửa lập luận mà vẫn giữ phần đúng. **Điểm dừng:** Điểm dừng 06. **Lỗi cần quan sát:** gộp khoảng rời; đảo chiều suy luận của định lí; suy quá dữ kiện bảng; làm mất phần đúng khi chữa.

Đóng tài liệu trước khi làm.

Cho hàm số r liên tục trên từng thành phần của tập xác định

$$D = [-4; -1] \cup [1; 5].$$

Bảng biến thiên không có hàng đạo hàm cho biết:

- trên $[-4; -1]$, r giảm từ $r(-4) = 6$ xuống $r(-1) = 0$;
- trên $[1; 3]$, r tăng từ $r(1) = 2$ lên $r(3) = 4$;
- trên $[3; 5]$, r giảm từ 4 xuống $r(5) = 1$.

Đánh giá từng phát biểu sau và sửa toàn bộ phát biểu sai mà không làm mất phần đúng:

- Hàm số đạt cực đại địa phương tại $x = 3$, giá trị cực đại là 4, điểm cực đại của đồ thị là $(3; 4)$.
- Vì r giảm trên $[-4; -1]$ và trên $[3; 5]$, có thể kết luận r nghịch biến trên $[-4; -1] \cup [3; 5]$.
- Vì bảng có mũi tên đi lên trên $[1; 3]$, ta có $r'(x) > 0$ với mọi $x \in (1; 3)$.

Tiêu chí đạt của lượt Ôn lại: xét đủ hai thành phần của tập xác định; dùng được cặp $-1 < 5$ để bác bỏ phép gộp sai hoặc đưa ra một cặp chéo hợp lệ khác; không tự thêm hàng đạo hàm vào bảng; sửa câu sai nhưng giữ hai kết luận giảm riêng vốn đúng.

Phối hợp sau khi học Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

Khi đã hoàn tất học liệu “Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất”, dùng lại bảng này để tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của r trên D và các điểm đạt. Phần này không tính vào điều kiện hoàn tất lượt Ôn lại của học liệu hiện tại và không phải một kết quả tự làm một bài mới của học liệu phối hợp.

Tuyển sau bài: đạt thì quay về Điểm dừng 06 và giữ lịch nhiệm vụ 28 của Ôn lại; gộp khoảng rời thì làm **Tự chứng minh so sánh chéo (mở trên trang học liệu)**; suy dấu nghiêm ngặt thì làm **Đồng biến nhưng đạo hàm có thể bằng không (mở trên trang học liệu)**; suy quá dữ kiện bảng thì làm **Biết, chưa biết và sai (mở trên trang học liệu)**; làm mất phần đúng khi chữa thì làm **Hai bước đúng, một bước sai (mở trên trang học liệu)**.

Xem lời giải (mở trên trang học liệu)

Điểm dừng 06

Tại điểm này, đối chiếu nhiệm vụ 27 của Ôn lại theo bốn mục tiêu ghi trong đề. Lỗi tái diễn thì làm đúng bài sửa lỗi sau Ôn lại; thiếu nền thì đi đúng tuyến Nền và làm câu kiểm tra lại mới trước khi quay về Điểm dừng 06. Đạt thì giữ lịch nhiệm vụ 28 của Ôn lại.

Ghi Nhật kí (mở trên trang học liệu) khi cần lưu quyết định, nơi tiếp tục hoặc kết thúc buổi học. Bài làm và kết quả đối chiếu có thể giữ ngay trên giấy đang dùng.

Nhiệm vụ 28 – Tự dựng chuỗi biểu diễn cho hàm từng đoạn

Thời điểm mặc định: sau khoảng 3–4 tuần. **Mục tiêu:** phối hợp toàn bộ mục tiêu của gói. **Điểm dừng:** Điểm dừng 07. **Lỗi cần quan sát:** coi đạo hàm bằng 0 là đủ; loại cực trị khi đạo hàm không tồn tại; nhầm ba đối tượng cực trị; đảo chiều suy luận của định lý; sửa sai logic; bỏ điều kiện liên tục. Đóng tài liệu trước khi làm.

Cho hàm số

$$F(x) = \begin{cases} -(x+1)^2 + 1 & \text{khi } x < 0, \\ x^3 - 3x & \text{khi } x \geq 0. \end{cases}$$

1. Xác định tập xác định. Kiểm tra tính liên tục và sự tồn tại của $F'(0)$.
2. Tính đạo hàm trên từng khoảng thích hợp. Tự chọn các mốc cần đặt vào bảng dấu; xét dấu và nêu các khoảng đơn điệu.
3. Lập bảng biến thiên, xác định các cực trị và gọi đúng ba đối tượng ở mỗi cực trị.
4. Một bạn viết: “ F nghịch biến trên $(-1; 1)$, do đó $F'(x) < 0$ với mọi $x \in (-1; 1)$.” Hãy giữ phần đúng, chỉ ra phần thiếu căn cứ và viết lại toàn bộ câu.

Tiêu chí đạt: kiểm tra riêng liên tục và đạo hàm tại điểm ghép; chọn đủ ba mốc $-1, 0, 1$ nhưng không đếm mọi mốc thành cực trị; gộp đúng khoảng nghịch biến qua điểm ghép bằng tính liên tục và hành vi hai phía; gọi đúng ba đối tượng tại hai cực trị; giữ phần đúng khi sửa lập luận và không biến tính đơn điệu thành dấu đạo hàm nghiêm ngặt tại mọi điểm.

Tuyến sau bài: đạt thì quay về Điểm dừng 07, ghi nhận hoàn tất lượt duy trì hiện tại của gói; sai tại điểm ghép thì làm **Cực trị tại điểm ghép** (mở trên trang học liệu) hoặc **Tham số tại điểm ghép** (mở trên trang học liệu) theo nguồn lỗi; đếm mốc đạo hàm bằng 0 thì làm **Một mốc không đổi dấu nằm giữa hai mốc đổi dấu** (mở trên trang học liệu); nhầm ba đối tượng thì làm **Hai hình, ba đối tượng** (mở trên trang học liệu); suy dấu nghiêm ngặt hoặc sửa sai logic thì làm **Đồng biến nhưng đạo hàm có thể bằng không** (mở trên trang học liệu) hoặc **Hai bước đúng, một bước sai** (mở trên trang học liệu).

Xem lời giải (mở trên trang học liệu)

Điểm dừng 07

Tại điểm này, đối chiếu nhiệm vụ 28 của Ôn lại theo toàn bộ mục tiêu của gói. Nếu lỗi tái diễn, làm đúng bài sửa lỗi sau Ôn lại, đi tuyến Nền khi cần, tự làm bài sửa chưa gặp trước đó và hẹn kiểm lại phần đang vướng; mọi đường đều quay về chính Điểm dừng 07. Đạt thì ghi nhận hoàn tất lượt duy trì hiện tại của gói. Nếu bài phù hợp đã gặp trước đó hoặc còn sai, ghi “Chưa có bài mới để xác nhận thêm ở mục tiêu này”; xem lại mục học tương ứng, chưa ghi mục tiêu đã xác nhận.

Ghi Nhật kí (mở trên trang học liệu) khi cần lưu quyết định, nơi tiếp tục hoặc kết thúc buổi học. Bài làm và kết quả đối chiếu có thể giữ ngay trên giấy đang dùng.

Nguồn

- Bộ Giáo dục và Đào tạo, *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (2018), phần lớp 12, trang 105–106: tính đơn điệu, bảng biến thiên, điểm cực trị và giá trị cực trị.
- *Toán 12, tập một — Kết nối tri thức với cuộc sống*, Bài 1, trang in 6–11 và 14 (trang PDF 8–13 và 16 trong bản được cung cấp); Bài 4, trang in 26–27 (trang PDF 28–29).

Các định nghĩa và điều kiện áp dụng được đối chiếu với SGK. Ví dụ, câu hỏi, phản ví dụ, lời giải và thang điểm trong học liệu do ZO Math biên soạn. Bản SGK đối chiếu có ghi “Bản mẫu”; số trang nêu trên gắn với bản này.

HỌC TIẾP CÙNG ZO MATH

Chọn điều em muốn học tiếp.

Em có thể bắt đầu với một nội dung đang học, muốn ôn lại hoặc còn vướng khi tự giải bài.



Mở học liệu
của khóa học