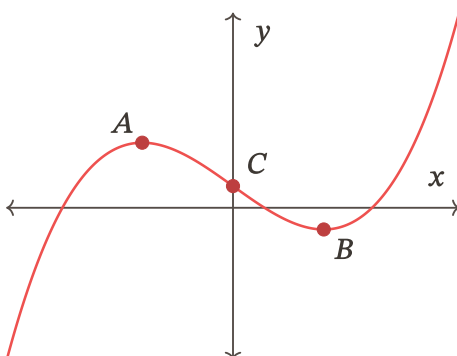


Đơn điệu và cực trị

Kiểm tra

Năm bài tự kiểm tra, không kèm đáp án hoặc thang chấm.



Mở trang Đơn điệu và cực trị

R1-G01

Mục lục

Bắt đầu	2
Cách học	2
Kiểm tra	5
Nhiệm vụ 21 – Dựng chuỗi biểu diễn	5
Nhiệm vụ 22 – Đọc một biểu diễn mới	5
Nhiệm vụ 23 – Kiểm từng phát biểu	6
Nhiệm vụ 24 – Tập xác định và điểm không có đạo hàm	7
Nhiệm vụ 25 – Căn cứ kết luận	7
Sau khi hoàn thành bài kiểm tra	7
Điểm dừng 04	7
Đọc kết quả	8
Nguồn	9

Bắt đầu

Có thể học

Học liệu “Đơn điệu và cực trị” là gói củng cố kiến thức nền và chẩn đoán lỗi thuộc chương trình **Ôn thi Toán THPT 2027**. Học liệu giúp em đọc đúng công thức, bảng biến thiên và đồ thị; dùng dấu đạo hàm để giải thích kết luận về tính đơn điệu và cực trị. Bài kiểm tra cuối gói nhằm xác định mức độ em làm chủ những nội dung này; đây không phải là đề mô phỏng cấu trúc đề thi tốt nghiệp THPT.

Học xong, em cần làm được gì?

Học xong lượt chính, em cần có bài làm cho thấy mình làm được năm việc:

Mục tiêu	Việc em cần làm được
Dùng đúng điều kiện	Ghi tập xác định, khoảng xét và điều kiện áp dụng định lí trước khi kết luận.
Nói các biểu diễn	Nói công thức, đạo hàm, dấu, chiều biến thiên, bảng và dáng điệu đồ thị; phát hiện biểu diễn không khớp.
Xét và gọi đúng cực trị	Kiểm điều kiện và dấu hai phía; phân biệt điểm cực trị của hàm số, giá trị cực trị và điểm cực trị của đồ thị.
Đọc trong giới hạn dữ kiện	Tách điều biết và chưa biết; không tự thêm đạo hàm, công thức hoặc giá trị chưa được cho.
Đánh giá và sửa lập luận	Đánh giá từng kết luận bằng lí do cụ thể, giữ phần đúng khi sửa; khi cần kiểm tra lại, tự giải một bài khác về đúng lỗi vừa sửa trước khi xem lời giải.

Tiên quyết. Em cần biết tính đạo hàm đa thức, xét dấu biểu thức và đọc giá trị hàm số. Ở các bài về điểm ghép, cần tính được giới hạn một phía đơn giản và dùng thương sai phân một phía để kiểm tra đạo hàm tại điểm đó. Khi thiếu thao tác nào, dùng đúng thẻ **Ôn nên (mở trên trang học liệu)** được dẫn trong bài. Bốn nhiệm vụ Khởi động chỉ khảo sát một số phần nền, không kiểm hết tiên quyết hoặc mục tiêu của gói.

Cách học

Chuẩn bị giấy để ghi chép. Tự làm trước khi mở lời giải; em có thể chia việc học thành nhiều buổi.

Chọn nơi bắt đầu

- Nếu chưa học hoặc cần học lại chủ đề, vào **Bài học (mở trên trang học liệu)**. Làm đúng các nhiệm vụ Khởi động chưa đủ để kết luận đã đạt cả gói.
- Nếu đã nắm phần học, vào **Luyện tập (mở trên trang học liệu)**. Khi vướng, xem lại đúng phần cần thiết rồi trở về đúng chỗ đang vướng.
- Nếu đã chuẩn bị kĩ lưỡng hoặc đủ tự tin, có thể thực hiện Kiểm tra (trang 5). Không được chia Kiểm tra thành nhiều đợt.

Bản đồ học

Bài học (mở trên trang học liệu) → Luyện tập (mở trên trang học liệu) → Kiểm tra (trang 5) → Ôn lại (mở trên trang học liệu)

Đây là mạch học chính. Em có thể đi tới hoặc quay lại phần cần thiết; phần bỏ qua không tự được xem là đã đạt. Ôn lại được thực hiện theo ngày đã hẹn.

Trong Bài học, Luyện tập, Ôn lại và sau khi kết thúc Kiểm tra, em có thể dùng hỗ trợ theo nhu cầu:

Khi cần	Mở phần nào?	Sau đó làm gì?
Xem lại kiến thức đang vận dụng	Đúng đoạn trong Bài học (mở trên trang học liệu)	Trở về nhiệm vụ đang vướng
Bổ sung kiến thức nền	Đúng tài nguyên Ôn nền (mở trên trang học liệu)	Tự làm câu xác nhận của tài nguyên rồi trở về
Kiểm lại bài làm	Lời giải (mở trên trang học liệu); Sửa lỗi (mở trên trang học liệu) nếu phát hiện lỗi	Đối chiếu, sửa và xác nhận theo chỉ dẫn của nhiệm vụ hoặc Điểm dừng
Lưu kết quả và việc tiếp theo	Nhật kí (mở trên trang học liệu)	Ghi nơi sẽ tiếp tục và lịch Ôn lại khi có

Trong lúc Kiểm tra, phải tự lực hoàn toàn: không dùng Bài học, Ôn nền, Lời giải hoặc Sửa lỗi để trợ giúp bài đang làm. Nếu cần hỗ trợ, kết thúc lượt kiểm tra và giữ bài làm ban đầu trước.

Khi cần hỗ trợ

Chưa biết cách làm: nếu vướng kiến thức của gói, xem lại đúng lời giải thích hoặc ví dụ trong Bài học; nếu thiếu kiến thức nền, mở đúng tài nguyên Ôn nền. Không cần đọc lại cả gói để tiếp tục một nhiệm vụ.

Muốn kiểm lại bài làm: giữ bài tự làm trước khi mở Lời giải. Đối chiếu điều kiện, lập luận và kết quả. Nếu có lỗi, xác định bước sai và dùng hướng dẫn hoặc nhiệm vụ Sửa lỗi được chỉ định. Khi cần xác nhận sau hỗ trợ, tự làm nhiệm vụ phù hợp còn chưa xem đáp án; quay về đúng nhiệm vụ hoặc Điểm dừng đang vướng.

Ở Điểm dừng: dựa vào bài làm và tiêu chí để chọn đi tiếp hay nhận hỗ trợ. Nếu đã đáp ứng tiêu chí, không cần qua mọi nhánh hỗ trợ. Sau Kiểm tra, giữ riêng kết quả ban đầu với kết quả sau sửa.

Đã xem đáp án hoặc không còn nhiệm vụ mới phù hợp: dùng bài đã xem để học, không tính là kết quả tự làm một bài mới. Ghi phần chưa được xác nhận và làm theo chỉ dẫn tại Điểm dừng; không tự đánh dấu đã đạt.

Khi có quyết định hoặc kết thúc buổi học: ghi kết quả, hỗ trợ đã dùng, nơi đang dừng và việc tiếp theo vào Nhật kí. Chỉ điền thông tin đã có; không cần ghi sau mọi thao tác. Nếu vào thẳng phần hỗ trợ, chọn nhiệm vụ hoặc hoạt động em muốn quay về.

Khi nào có thể chuyển sang gói tiếp theo?

Em có thể chuyển sang gói tiếp theo khi bài làm độc lập cho thấy em đáp ứng các mục tiêu thiết yếu và các lỗi cản trở việc tiếp tục đã được kiểm tra lại sau sửa. Giữ riêng kết quả ban đầu và kết quả sau hỗ trợ; ghi phần còn hạn chế cùng ngày Ôn lại vào Nhật kí. Chọn gói tiếp theo phù hợp với kiến thức em đã có, đồng thời giữ lịch Ôn lại của gói này; không cần chờ hết các lượt ôn mới học tiếp.

Hẹn Ôn lại sau khoảng **2–3 ngày, 7 ngày và 3–4 tuần**, tính từ ngày đáp ứng các điều kiện trên. Đến ngày hẹn, tự làm nhiệm vụ của lượt Ôn lại trước khi đối chiếu. Một lượt ôn chỉ cho biết kết quả ở những nội dung được kiểm tra trong lượt đó, không có nghĩa em đã làm chủ mọi tình huống của cả chủ đề. Nếu một nội dung vừa phải sửa lại, ghi thêm ngày kiểm lại sớm nội dung ấy.

Kiểm tra

Thời gian đề xuất: 45 phút. Tổng điểm: 20.

Đã chuẩn bị kĩ lưỡng hoặc đủ tự tin, em có thể thực hiện Kiểm tra. Không được chia Kiểm tra thành nhiều đợt.

Tự làm cả năm nhiệm vụ trên giấy, ghi lập luận và điều kiện đã sử dụng. Trong lúc Kiểm tra, phải tự lực hoàn toàn: không dùng Bài học, Ôn nền, Lời giải hoặc Sửa lỗi để trợ giúp bài đang làm. Chỉ mở hướng dẫn chấm sau khi hoàn thành. Nếu cần hỗ trợ, kết thúc lượt kiểm tra và giữ bài làm ban đầu trước; phần đã dùng hỗ trợ không còn là kết quả tự làm một bài mới. Đủ tự tin để bắt đầu không tự chứng nhận đã đạt mục tiêu.

Thời gian 45 phút là đề xuất cho học liệu này và có thể điều chỉnh sau khi sử dụng. Tổng điểm 20 giúp phân tích bài làm, không mô phỏng thang điểm của kì thi THPT.

Chuẩn bị giấy và đồng hồ; ghi thời điểm bắt đầu, kết thúc và phần chưa làm được. Kết thúc lượt làm rồi mới tra nhóm Kiểm tra trong Lời giải để chấm. Giữ nguyên bài làm lần đầu trước khi ghi kết quả.

Nhiệm vụ 21 – Dựng chuỗi biểu diễn

5 điểm.

Cho $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 4$ trên $\mathbb{R}$.

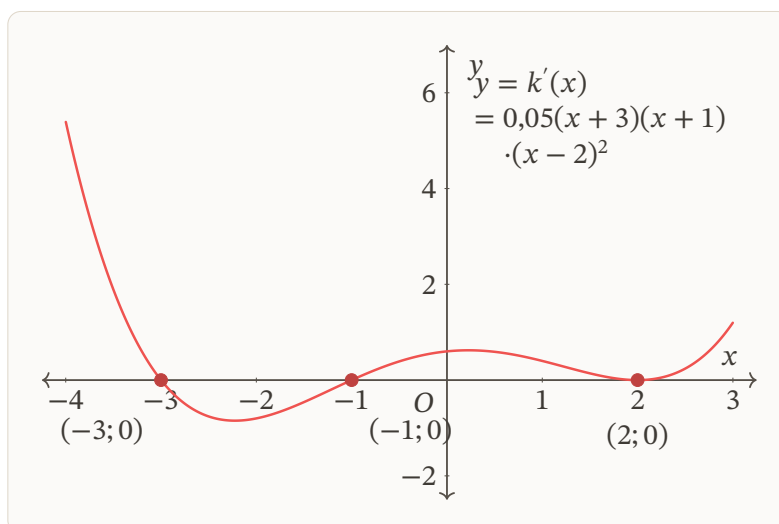
- Xác định tập xác định và tính đạo hàm.
- Xét dấu đạo hàm.
- Nêu các khoảng đơn điệu.
- Lập bảng biến thiên có giá trị ở các mốc và giới hạn ở hai đầu; phác dáng điệu đồ thị khớp bảng, đánh dấu các điểm cực trị.
- Viết rõ điểm cực đại, giá trị cực đại, điểm cực tiểu và giá trị cực tiểu của hàm số.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 22 – Đọc một biểu diễn mới

4 điểm.

Cho k có đạo hàm trên khoảng $K = (-4; 3)$. Hình sau biểu diễn $y = k'(x)$ trên K . Các giao điểm có nhãn là chính xác; đây là toàn bộ các nghiệm của đạo hàm trong K .



nhiệm vụ 22 của Kiểm tra — Đồ thị đạo hàm trên khoảng $(-4; 3)$.

- Xác định các khoảng đơn điệu của k ; có thể kết luận trên một khoảng lớn hơn đi xuyên qua 2 không?
- Xác định các điểm cực đại và cực tiểu của k trong K .
- 2 có phải điểm cực trị không? Nêu lí do.
- Chỉ từ hình này, có biết được các giá trị cực trị của k không? Giải thích bằng lượng dữ kiện đã cho.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 23 – Kiểm từng phát biểu

4 điểm.

Cho r liên tục trên $[-4; 5]$ và có bảng biến thiên dưới đây; không có thêm giả thiết về đạo hàm. Xét mỗi ý độc lập từ giả thiết chung.

Với các ý nói về điều “có thể khẳng định từ giả thiết”, đánh giá tính có căn cứ của kết luận. Việc chưa đủ dữ kiện để khẳng định một tính chất không có nghĩa tính chất ấy chắc chắn không xảy ra.

x	-4		-1		2		5
$r(x)$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	4	$\searrow$	1

Bảng biến thiên.

- Đồ thị r có điểm cực tiểu $(-1; -3)$.
- Từ giả thiết đã cho, có thể khẳng định rằng $r'(x) > 0$ tại mọi x thuộc $(-1; 2)$.
- Giá trị cực đại của r bằng 2 hoặc giá trị cực tiểu của r bằng -3 .
- Bảng xác định duy nhất công thức của r .

Ghi đúng/sai và lí do cho từng ý; chỉ chọn nhãn không được tròn điểm.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 24 – Tập xác định và điểm không có đạo hàm

4 điểm.

Cho $u(x) = |x - 3| + 2$ trên $\mathbb{R}$ và v có cùng công thức trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

- Xét sự tồn tại của $u'(3)$ và cực trị của u tại 3, có giải thích.
- Xét khả năng 3 là điểm cực trị của v .
- Một hàm khác w có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, với $w(x) = x + 4$ khi $x < 0$ và $w(x) = x - 4$ khi $x > 0$.
Kết luận đơn điệu trên từng khoảng; kiểm tra việc gộp thành một kết luận trên cả tập xác định bằng so sánh chéo.
- Sửa toàn bộ câu “ $u'(3)$ không tồn tại và u không có cực trị tại 3”, giữ vế đúng.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Nhiệm vụ 25 – Căn cứ kết luận

3 điểm.

Cho F xác định trên $(-1; 1)$ và có đạo hàm trên $(-1; 0)$, $(0; 1)$. Biết $F'(x) > 0$ ở khoảng bên trái và $F'(x) < 0$ ở khoảng bên phải. Để không cho giá trị $F(0)$ hoặc tính liên tục tại 0.

Một bạn viết: “Theo định lý đổi dấu đạo hàm, F đạt cực đại tại 0 và giá trị cực đại bằng 0.”

- Chỉ ra điều kiện còn thiếu để áp dụng định lý xét cực trị bằng dấu đạo hàm. Có đủ căn cứ để kết luận giá trị cực đại bằng 0 không?
- Nếu bổ sung giả thiết F liên tục tại 0**, hãy phát biểu kết luận đúng về cực trị tại 0 và nêu điều chưa xác định được bằng số.

Ở ý a, chỉ dùng dữ kiện ban đầu. Ở ý b, tính liên tục tại 0 là giả thiết được bổ sung công khai cho một tình huống mới.

[Xem lời giải \(mở trên trang học liệu\)](#)

Sau khi hoàn thành bài kiểm tra

Mở hướng dẫn chấm, ghi điểm từng ý và giữ nguyên bài làm lần đầu. Dùng bảng Đọc kết quả (trang 8) để xem bằng chứng cho từng mục tiêu. Tổng điểm không bù cho một mục tiêu thiết yếu chưa có bằng chứng.

Ghi riêng kết quả sau sửa với điểm ban đầu. Đánh dấu phần đã xem đáp án hoặc dùng hỗ trợ; không tính việc nhớ lại đáp án là kết quả tự làm. Nếu một bài có nhiều lỗi, đối chiếu từng tiêu chí.

Điểm dừng 04

Tại điểm này, dùng bảng Đọc kết quả (trang 8), không dùng tổng điểm để che một lỗi thiết yếu. Nếu còn vướng, chọn đúng bài trong [Sửa lỗi sau Kiểm tra \(mở trên trang học liệu\)](#); thiếu thao tác nền thì dùng đúng thẻ [Ôn nền \(mở trên trang học liệu\)](#). Giữ điểm ban đầu riêng với kết quả sau sửa. Chỉ ghi đã xác nhận sau sửa khi tự làm bài phù hợp chưa gặp trước đó và đáp ứng tiêu chí của nó.

Khi cả năm mục tiêu thiết yếu có bài tự làm đáp ứng yêu cầu và lỗi cản trở việc học tiếp đã được xác nhận sau sửa, ghi ngày hoàn tất lượt chính và hẹn Ôn lại. Không mắc lỗi trong Kiểm tra không buộc em làm thêm nhiệm vụ 38 của Sửa lỗi sau Luyện tập: mục tiêu Đánh giá và sửa lập luận dùng bằng chứng phù hợp ở Kiểm tra, nhiệm vụ 19 của Luyện tập và câu xác nhận riêng.

Nếu không còn bài phù hợp chưa gặp trước đó hoặc còn sai sau hỗ trợ, ghi “Chưa có bài mới để xác nhận thêm ở mục tiêu này”; xem lại mục học tương ứng và ghi mục tiêu chưa xác nhận. Chỉ tiếp tục phần độc lập không phụ thuộc mục tiêu còn vướng; chưa ghi hoàn tất lượt chính. Không dùng bài Ôn lại hoặc bài đã xem để lấp chỗ thiếu.

Ghi Nhật kí (mở trên trang học liệu) khi cần lưu quyết định, nơi tiếp tục hoặc kết thúc buổi học. Bài làm và kết quả đối chiếu có thể giữ ngay trên giấy đang dùng.

Đọc kết quả

Tổng điểm là số liệu tóm tắt, không thay thế việc xem lỗi. Không dùng một ngưỡng điểm chung để bỏ qua một mục tiêu còn vướng.

Mục tiêu cần kiểm	Bài làm cần đối chiếu	Biểu hiện cần có
Dùng đúng điều kiện	Nhiệm vụ 21 (trang 5) ý a và lí do dùng định lí; Nhiệm vụ 24 (trang 7) ý a–b; Nhiệm vụ 25 (trang 7) ý a–b	Giữ đúng tập/khoảng; phân biệt đạo hàm, liên tục, điểm bị loại và giả thiết bổ sung
Nói các biểu diễn	Nhiệm vụ 21 (trang 5) ý a–d; Nhiệm vụ 22 (trang 5) ý a	Đạo hàm, dấu, khoảng, mốc, giới hạn, bảng và hình khớp nhau; không ngắt khoảng máy móc tại mốc đạo hàm bằng 0
Xét và gọi đúng cực trị	Nhiệm vụ 21 (trang 5) ý e cùng các điểm trên hình ở d; Nhiệm vụ 22 (trang 5) ý b–c; Nhiệm vụ 23 (trang 6) ý a, c; Nhiệm vụ 24 (trang 7) ý a–b	Xét đúng điều kiện/dấu; gọi đúng đối tượng được hỏi, không đếm nghiệm của phương trình đạo hàm bằng 0 thành cực trị. Ý e của Nhiệm vụ 21 không tự do đủ ba đối tượng
Đọc trong giới hạn dữ kiện	Nhiệm vụ 22 (trang 5) ý d; Nhiệm vụ 23 (trang 6) ý b, d; Nhiệm vụ 24 (trang 7) ý c; Nhiệm vụ 25 (trang 7) ý a–b	Tách điều biết/chưa biết; không lấy đồ thị đạo hàm làm giá trị hàm, không gộp tập rời thiếu so sánh chéo
Đánh giá và sửa lập luận	Nhiệm vụ 23 (trang 6) ý a–d; Nhiệm vụ 24 (trang 7) ý d; Nhiệm vụ 25 (trang 7) ý a–b; Nhiệm vụ 19 (mở trên trang học liệu) và Nhiệm vụ 20 — Xác nhận sau sửa (mở trên trang học liệu) hoặc bài sửa chưa gặp trước đó khi cần	Từng phán quyết có căn cứ; giữ về đúng; sửa điều kiện/phép nối. Bằng chứng sau hỗ trợ được ghi riêng với bài làm ban đầu

Kết quả lần này cho biết những gì em tự làm được ở hiện tại. Hãy dùng lịch Ôn lại để kiểm tra khả năng nhớ sau một thời gian. Nếu một mục tiêu đã có bài tự làm đáp ứng tiêu chí, không cần làm thêm bài Sửa lỗi cho mục tiêu đó. Điểm dừng 04 (trang 7).

Nguồn

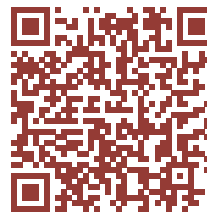
- Bộ Giáo dục và Đào tạo, *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (2018), phần lớp 12, trang 105–106: tính đơn điệu, bảng biến thiên, điểm cực trị và giá trị cực trị.
- *Toán 12, tập một — Kết nối tri thức với cuộc sống*, Bài 1, trang in 6–11 và 14 (trang PDF 8–13 và 16 trong bản được cung cấp); Bài 4, trang in 26–27 (trang PDF 28–29).

Các định nghĩa và điều kiện áp dụng được đối chiếu với SGK. Ví dụ, câu hỏi, phản ví dụ, lời giải và thang điểm trong học liệu do ZO Math biên soạn. Bản SGK đối chiếu có ghi “Bản mẫu”; số trang nêu trên gắn với bản này.

HỌC TIẾP CÙNG ZO MATH

Chọn điều em muốn học tiếp.

Em có thể bắt đầu với một nội dung đang học, muốn ôn lại hoặc còn vướng khi tự giải bài.



Mở học liệu
của khóa học